

TEQ

- 2 zápočtové testy, min. 50%

- základní jednotky SI

- doplňkové jednotky

- násobné a dělicí jednotky

| | | |
|---------|-------|--------------------------------|
| - giga | G | 1 000 000 000 = 10^9 |
| - mega | M | 1 000 000 = 10^6 |
| - kilo | k | 1 000 = 10^3 |
| - mili | m | 0,001 = 10^{-3} |
| - mikro | μ | 0,000 001 = 10^{-6} |
| - nano | n | 0,000 000 001 = 10^{-9} |
| - piko | p | 0,000 000 000 001 = 10^{-12} |

1 000,
 $1 \cdot 10^3$ k
1 000 000,
 $1 \cdot 10^6$ M

0,0237
 $2,37 \cdot 10^{-2}$
 $23,7 \cdot 10^{-3}$ ✓ NEJ.
 $23,7$ m
 $237 \cdot 10^{-4}$

23 700

$$2,37 \cdot 10^4$$

$$23,7 \cdot 10^3 \text{ k}$$

$$237 \cdot 10^2$$

$$2540 \rightarrow 2,54 \cdot 10^3 \text{ (k)}$$

$$0,058400 \rightarrow 58,4 \cdot 10^{-3}$$

$$58,4 \cdot 10^{-6} \text{ k}$$

$$0,000058400 \text{ k}$$

$$58,4 \cdot 10^{-6} \text{ k}$$

(Pii)

$$0,4 \text{ MV} = 400 \text{ kV}$$

$$0,4 \text{ MV} = 0,4 \cdot 10^{12} \text{ uV}$$

~~mikro~~

$$400 \cdot 10^9$$

$$0,4 \cdot 10^6$$

$$0,400000$$

$$0,400000$$

$$1 \cdot 10^{-6}$$

$$77,046 = 77,046 \cdot 10^6 \text{ M}$$

$$77,046 \cdot 10^6 \text{ M}$$

$$1 \cdot 10^6$$

$$77,046 \cdot 10^3 \text{ k}$$

$$1 \cdot 10^3$$

$$77046 \text{ m}$$

$$1 \cdot 10^{-3}$$

$$0,001$$

$$77,046 \cdot 10^6 \text{ u}$$

$$1 \cdot 10^{-6}$$

$$77,046 \cdot 10^9 \text{ n}$$

$$1 \cdot 10^{-9}$$

$$77,046 \cdot 10^{12} \text{ p}$$

$$77046 \cdot 10^{-3}$$

00000077,046000000

Ohmův zákon

$\uparrow a = \frac{b}{c} \uparrow$
přímá úměra
 $\downarrow a = \frac{b}{c} \uparrow$
nepřímá úměra

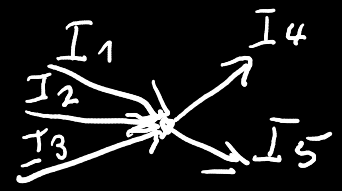
- postavený pro proud
- proud prochází v vodičem, při konstantním odporu vodiče, je přímo úměrný napětí mezi konci vodiče

$$I = \frac{U}{R} \quad [A; V, \Omega]$$

Kirchhoffovy zákony

1. Kirchhoffův zákon

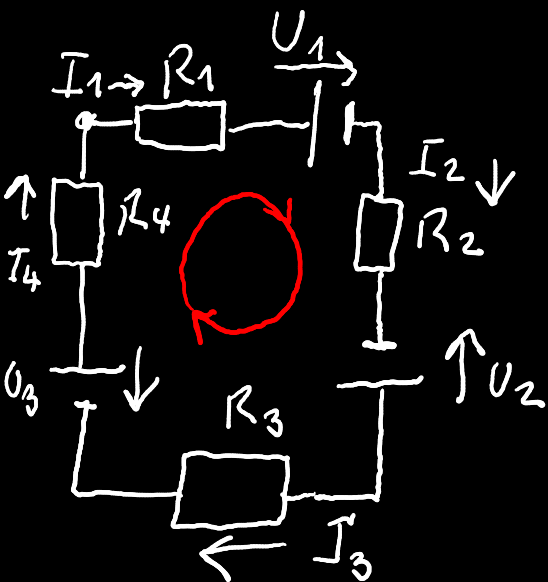
- součet se proudů v uzlu^o
- součet všech proudů do uzlu vycházejících se rovná součtu proudů z uzlu vycházejících



$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5$$

2. Kirchhoffův zákon

- v libovolném uzavřeném obvodu se algebraický součet úbytků napětí na rezistorech rovná algebraickému součtu napětí zdrojů



$$I_1 R_1 + U_1 + I_2 R_2 - U_2 + I_3 R_3 - U_3 + I_4 R_4 = 0$$

V libovolném uzavřeném obvodu se algebraický součet úbytků napětí rovná algebraickému součtu napětí zdrojů.

STEJNOSMĚRNÝ PROUD

$$2 \text{ mm}^2 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$2 \text{ mm}^2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ cm}^2 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$1 \text{ cm} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 0,01$$

ZÁKLADNÍ VELIČINY A POJMY

Elektrický odpor

- Elektrický odpor značíme R , jednotka el. odporu je Ω (ohm)

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} [\Omega; \Omega \cdot \text{m}, \text{m}\Omega, \text{m}^2]$$

- rezistivita vodiče - odpor materiálu vodiče

- rezistivitu značíme ρ ($\Omega \cdot m$), jednotkou je $\Omega \cdot m$

Elektrická vodivost

- fyzikální veličina, která popisuje schopnost vést el. proud
- značíme G , jednotka S (siemens)

$$G = \frac{1}{R} [S; -; \Omega]$$

KONDUKTIVITA

- závislost vodivosti vodiče na materiálu vyjadřujeme konduktivitou vodiče

- Konduktivitu značíme γ (gama), jednotkou je $S \cdot m^{-1}$

ZÁVISLOST ODPORU VODIČE NA TEPLOTĚ

- fyz. veličina, vyjadřující závislost odporu vodiče na teplotě se nazývá tepelná součinitel odporu

- reflexní součinitel odporu označíme α ,
jednotkou je K^{-1}

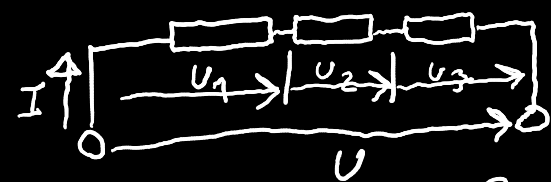
- rovnice pro teplotu rozvíjí se

$$R_T = R_{20} [1 + \alpha \cdot (T_2 - T_1)] \quad [K, K, K^{-1}, K, K]$$

\uparrow
teplota

REZISTORY

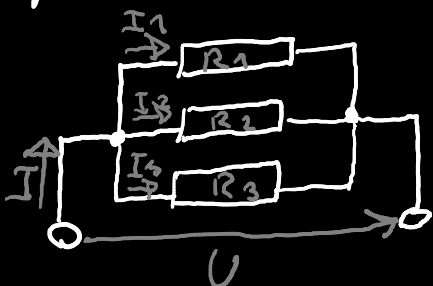
1) do série (za sebou)
- zapojení rezistorů



$$R = R_1 + R_2 + R_3$$

2. KIH: $U_1 + U_2 + U_3 - U = 0$
 $U = U_1 + U_2 + U_3$

2) rovnoběžně (vedle sebe)

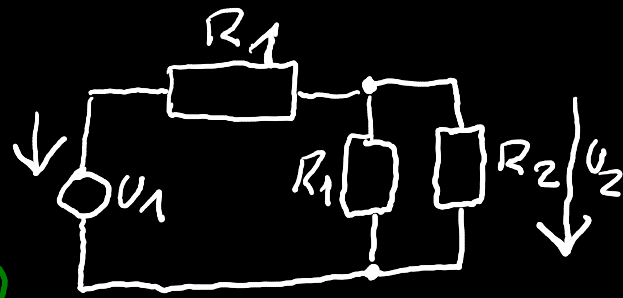


$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

Určete napětí U_2 a celkový proud, který dodává zdroj do obvodu.

Parametry obvodu: $U_1 = 10\text{V}$
 $R_1 = 1 \cdot 10^3 \Omega$
 $R_2 = 3 \cdot 10^3 \Omega$



$$\frac{U_2}{U} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^3} = 750 \Omega$$

$$R_1 + R_{12} = R = 750 + 1 \cdot 10^3 = 1750 \Omega$$

$$U = I \cdot R$$

$$10 = I \cdot 1750$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{10}{1750}$$

$$I = 5,7 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

5,7 \cdot 10^{-3} \text{ A}

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{R_{12}}{R} \cdot U_1$$

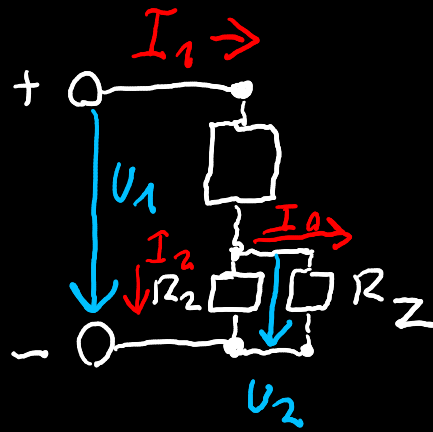
$$U_2 = \frac{U_1 R_{12}}{R} = \frac{10 \cdot 750}{1750} = \frac{7500}{1750} = 4,29 \text{ V}$$

$$U = 120 \text{ V}$$

$$I_1 = 12 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

$$I_0 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

$$R_{12} = 12 \cdot 10^3 \Omega$$



$$U_2 = I_0 \cdot R_{12} = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 12 \cdot 10^3 = \underline{\underline{24 \text{ V}}}$$

$$I_1 = I_0 + I_2$$

$$I_2 = I_1 - I_0$$

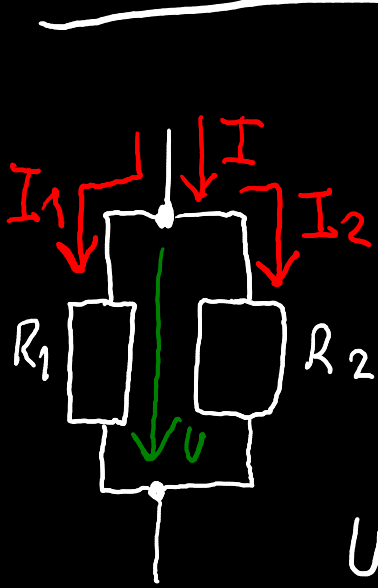
$$I_2 = 12 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3}$$

$$\underline{\underline{I_2 = 0,01 \text{ A}}}$$

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{U - U_2}{I_1} = \frac{120 - 24}{12 \cdot 10^{-3}} = 8 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{U_2}{I_1 - I_0} = \frac{24}{12 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3}} = 2,4 \text{ k}\Omega$$

PROUDOVÝ DĚLIČ



paralelní = U - rošude stejné
 I - různé, podle R

sériové = I - rošude stejné
 U - různé, podle R

$$U = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot I$$

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I$$

(P)
 U_2

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega = 1000 \Omega$$

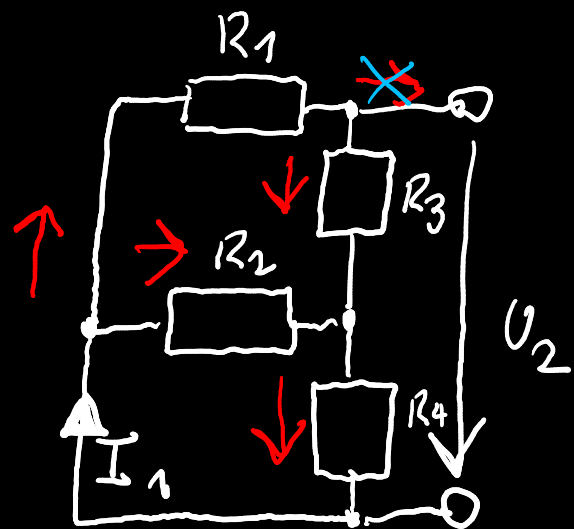
$$R_2 = 2 \text{ k}\Omega = 2000 \Omega$$

$$R_3 = 3 \text{ k}\Omega = 3000 \Omega$$

$$R_4 = 4 \text{ k}\Omega = 4000 \Omega$$

$$I_1 = 5 \text{ mA} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

$$U_2 = ? \text{ [V]}$$



$$U_{R4} = R4 \cdot I_1$$

$$= 4000 \cdot 5 \cdot 10^{-3}$$

$$= 20V$$

$$I_{R3} = \frac{R_2 \cdot I_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$I_{R3} = 1,67 \cdot 10^{-3} A$$

$$U_{R3} = I_{R3} \cdot R_3 = 5V$$

(P)
U₂

$$R_1 = 1 \cdot 10^3 \Omega$$

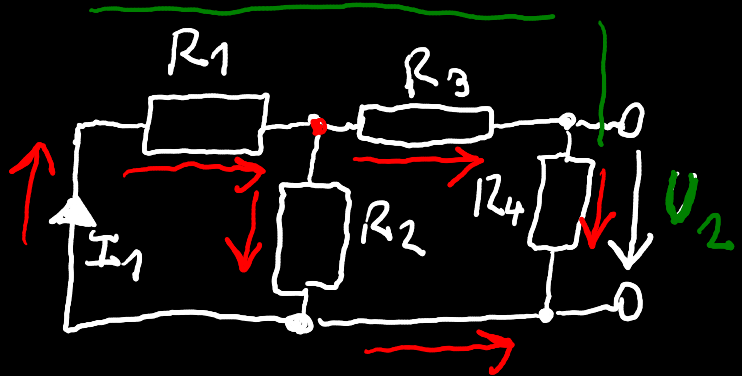
$$R_2 = 2 \cdot 10^3 \Omega$$

$$R_3 = 3 \cdot 10^3 \Omega$$

$$R_4 = 4 \cdot 10^3 \Omega$$

$$I_1 = 5 \cdot 10^{-3} A$$

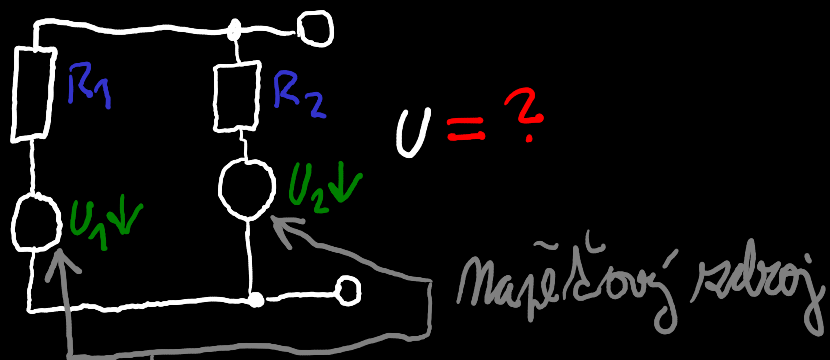
$$U_2 = ? [V]$$



$$\frac{I_{R4}}{I_1} = \frac{R_2}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{1,111 \cdot 10^{-3} A}{1} = I_{R4}$$

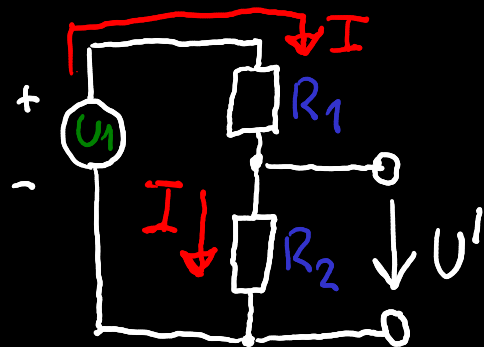
$$U_2 = R_4 \cdot I_{R4} = 4 \cdot 10^3 \cdot 1,111 \cdot 10^{-3} = 4,444V$$

PRINCIP SUPERPOZICE



$$\frac{U'}{U_1} = \frac{R_2 \cdot I}{(R_1 + R_2) \cdot I}$$

$$U' = U_1 \frac{R_2}{(R_1 + R_2)}$$



$$U_1 = 20V \quad R_1 = 15 \Omega$$

$$U_2 = 40V \quad R_2 = 10 \Omega$$

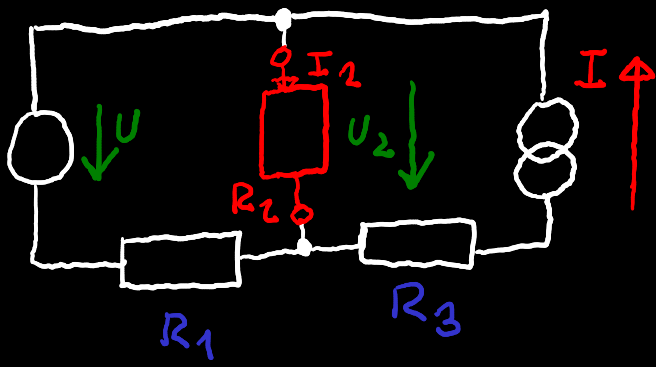
$$U' = 20 \cdot \frac{10}{(15+10)}$$

$$U' = 8V$$

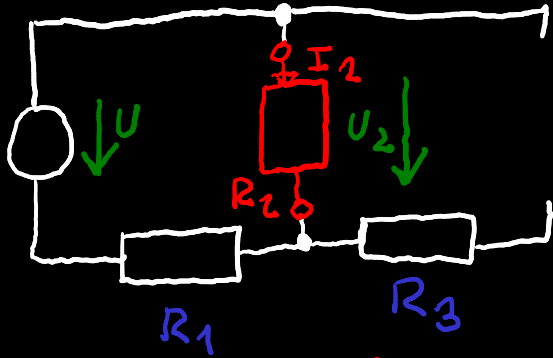
$$U'' = U_2 \cdot \frac{R_1}{(R_1 + R_2)}$$

$$U'' = 24V$$

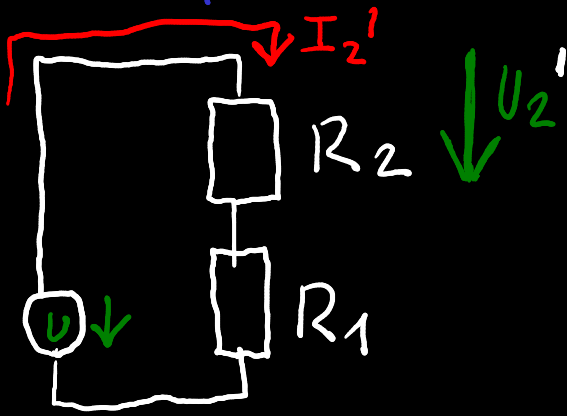
$$U = U' + U'' = \underline{\underline{32V}}$$



Počítám příspěvek od
napěťového zdroje \Rightarrow



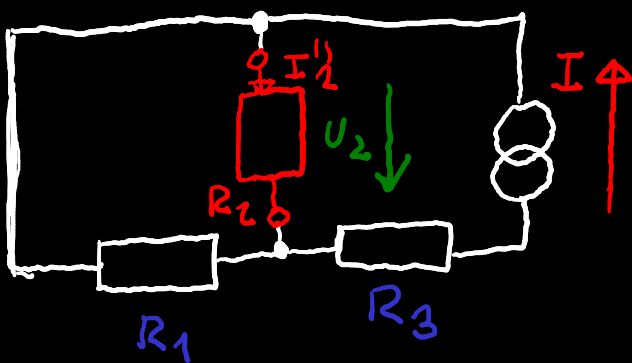
\Rightarrow PROUDOVÝ ZDROJ
JE ROZPOJEN



$$\frac{U_2'}{U} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$U_2' = U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_2' = \frac{U}{R_1 + R_2}$$

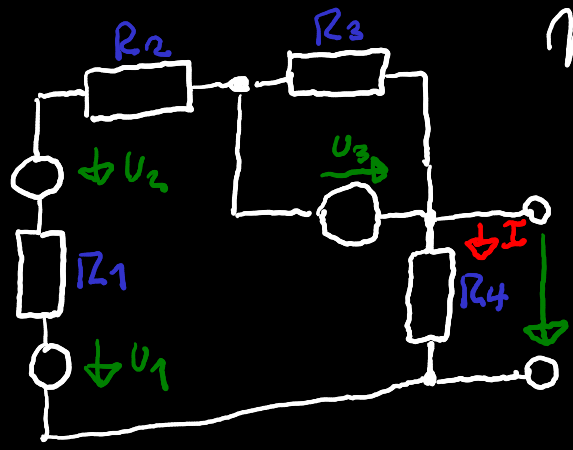


Napěťový zdroj vynecháme.

$$U_2'' = R_1 I_1 = R_1 (I - I_2'') = R_2 I_2''$$

$$I_2'' = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I$$

(Př)

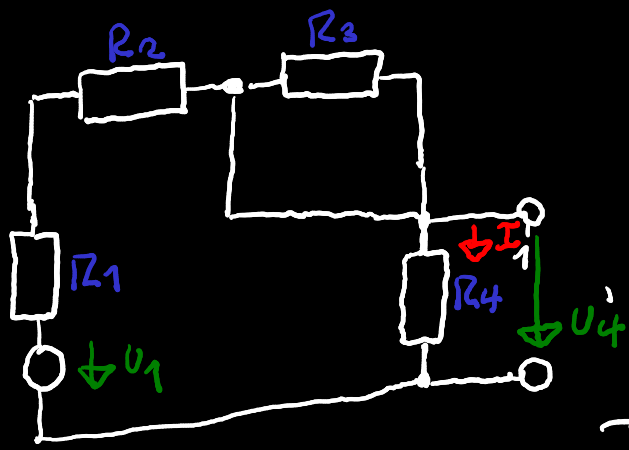


Metoda superpozice
 vypočítáme napětí U_4

- | | |
|------------|-------------------|
| $U_1 = 9V$ | $R_1 = 200\Omega$ |
| $U_2 = 6V$ | $R_2 = 100\Omega$ |
| $U_3 = 3V$ | $R_3 = 600\Omega$ |
| | $R_4 = 400\Omega$ |

$$I = U_1' + U_2'' - U_3'''$$

$$\approx 0,017A$$

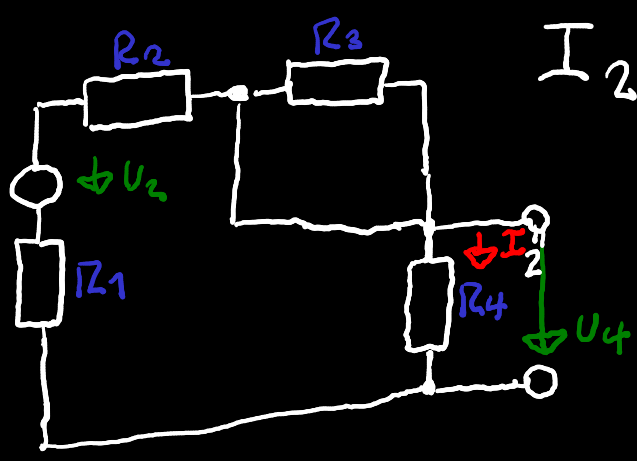


$$I_1' = \frac{U}{R} = \frac{U_1}{R_1 + R_2 + R_4}$$

$$I_1' = \frac{9}{700}$$

$$I_1' \approx 0,013A$$

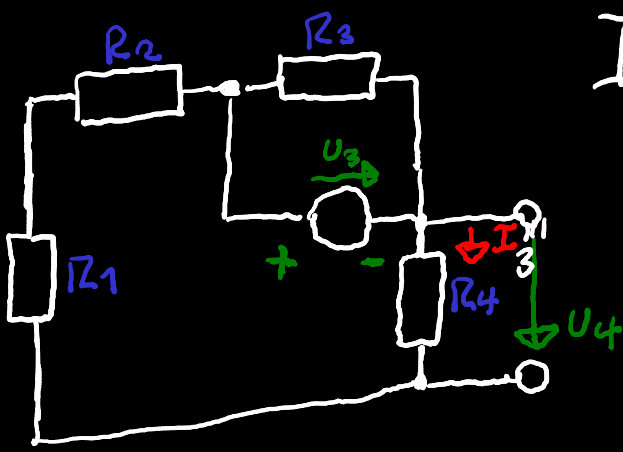
$$\frac{U_4'}{U_1} = \frac{R_4}{R_1 + R_2 + R_4}$$



$$I_2'' = \frac{U}{R} = \frac{U_2}{R_1 + R_2 + R_4} =$$

$$= \frac{6}{700}$$

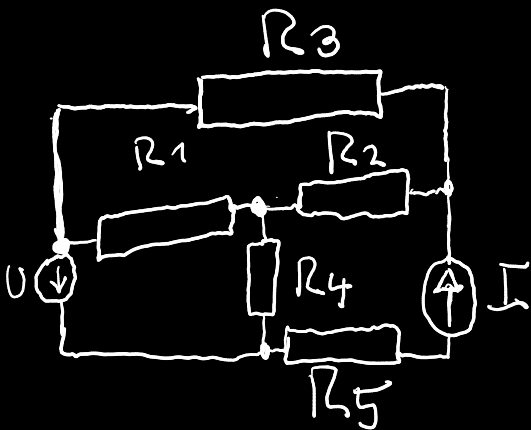
$$= 8,57 \cdot 10^{-3}$$



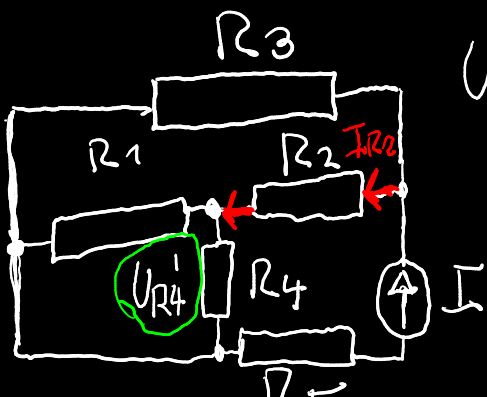
$$I_3 = \frac{U}{R} = \frac{U_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$= \frac{3}{700}$$

$$= 4,29 \cdot 10^{-3}$$



$U = 20V$
 $I = 10mA = 10 \cdot 10^{-3} A$
 $R_1 = 1k\Omega = 1000\Omega$
 $R_2 = 3k\Omega = 3000\Omega$
 $R_3 = 2k\Omega = 2000\Omega$
 $R_4 = 5000\Omega$
 $U_{R4} = ? [V]$



U_{R4} - napřevěk od zdroje napětí

$$R_{14} = ? [\Omega]$$

$$R_{14} = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_4} = \underline{\underline{833,333\Omega}}$$

$$R_{24} = ? [\Omega]$$

$$R_{24} = R_{14} + R_2 = \underline{\underline{3833,333\Omega}}$$

$$\frac{I_{R2}}{I} = \frac{R_3}{R_{24} + R_3} \Rightarrow I_{R2} = I \cdot \frac{R_3}{R_{24} + R_3}$$

$$\underline{\underline{I_{R2} = 3,429 \cdot 10^{-3} A}}$$

$$I_{R4} = I \cdot \frac{R_1}{R_2 + R_1 + R_4}$$

$$= 3,429 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1000}{1000 + 5000}$$

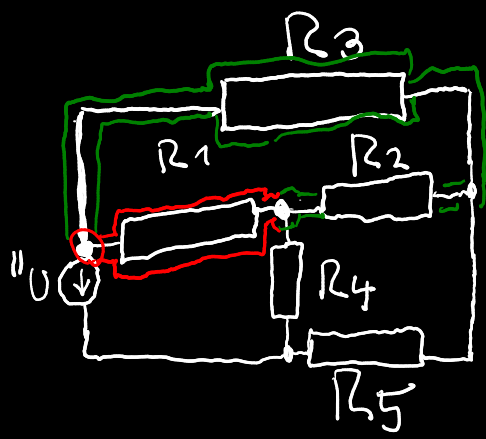
$$= 5,715 \cdot 10^{-4} A$$

$$= \underline{\underline{0,5715 mA}}$$

$$U_{R4} = I_{R4} \cdot R4$$

$$U_{R4} = 0,5715 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^3$$

$$U_{R4}' = 2,8575 \text{ V}$$



$$R_{23} = 5 \cdot 10^3 \Omega$$

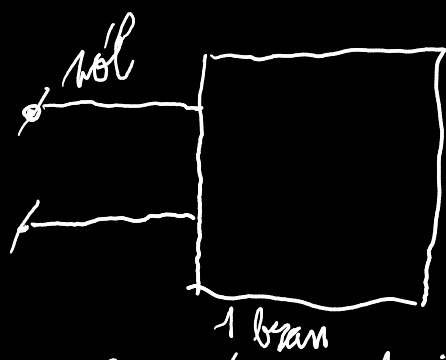
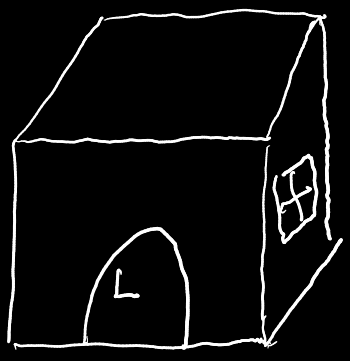
$$R_{123} = \frac{R_{23} \cdot R_1}{R_1 + R_{23}} = \frac{5 \cdot 10^6}{6 \cdot 10^3} = 833,333 \Omega$$

$$U'' = I_{R4} \cdot R_{14}$$

$$\frac{U_{R4}''}{U} = \frac{5 \cdot 10^3}{5833,333}$$

$$U_{R4}'' = 0,857 \cdot U = 0,857 \cdot 20 = \underline{\underline{17,143 \text{ V}}}$$

$$U_{R4} = U_{R4}' + U_{R4}'' = 20 \text{ V}$$

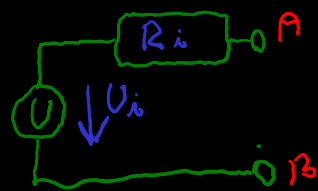
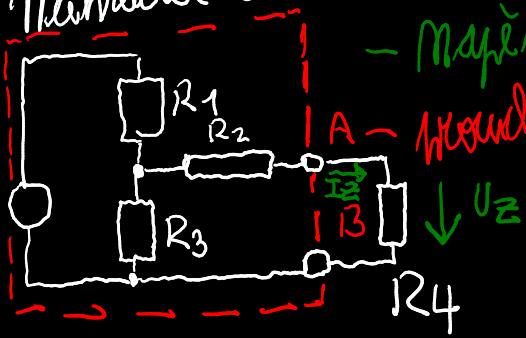


Two-terminal

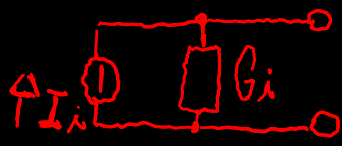
Náhrada části obvodu ekvivalentním zdrojem

- napětí (U_i, R_i - Théveninova věta)

- proud (I_i, G_i - Nortonova věta)



THÉVENIN



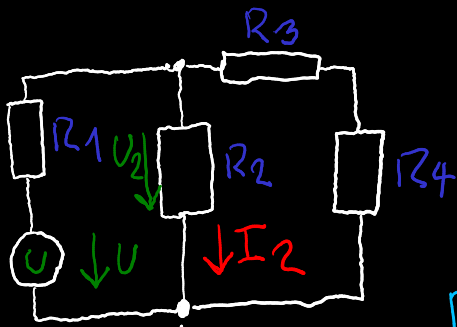
NORTON

Théveninův theorem: Lineární aktivní dvojčl můžeme nahradit sériovým spojením zdroje napětí a pasivního dvojčlu

Nortonův theorem: Lineární aktivní dvojčl můžeme nahradit paralelním spojením zdroje proudu a pasivního dvojčlu

- Napětí náhradního zdroje je rovno svorkovému napětí původního neaktívního obvodu

- Při výpočtu vnitřního odporu se zdroj proudu vypne a zdroj napětí nahradíme

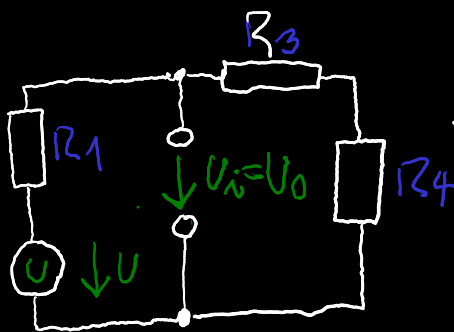
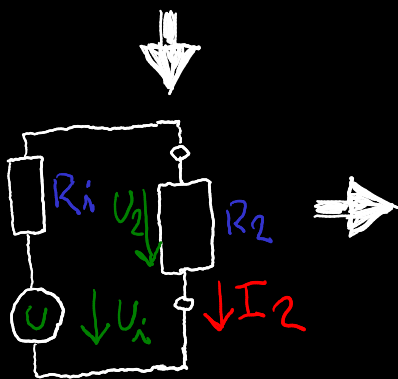
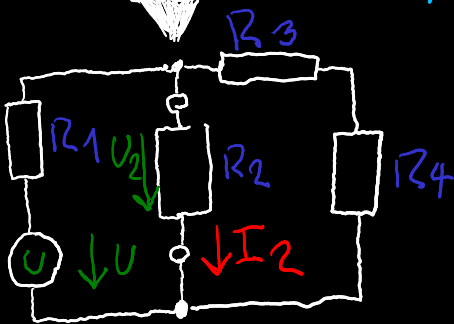


$$U = 20V \quad U_2 = ? [V]$$

$$R_1 = R_3 = 10 \Omega$$

$$R_2 = 20 \Omega, R_4 = 40 \Omega$$

PŘÍKLAD THEVENINŮV THEORÉM



$$\frac{U_i}{U} = \frac{R_3 + R_4}{R_1 + R_3 + R_4}$$

$$U_i = \frac{U \cdot (R_3 + R_4)}{R_1 + R_3 + R_4}$$

$$U_i = 16,666 V$$

$$R_3 + R_4 = 50 \Omega = R_{34}$$

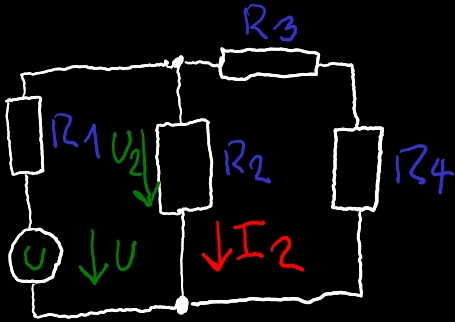
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{34}} \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{10} + \frac{1}{50} = 0,12 = \frac{1}{R} \quad R_i = 8,333 \Omega$$

$$I_2 = \frac{U_i}{R_1 + R_2}$$

$$I_2 = \frac{16,6}{8,3 + 20}$$

$$I_2 = \underline{\underline{0,59 \text{ A}}}$$

PŘÍKLAD NORTONŮV TEORÉM

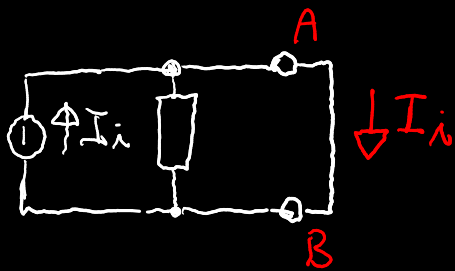


$$U = 20 \text{ V} \quad U_2 = ? \text{ [V]}$$

$$R_1 = R_3 = 10 \Omega$$

$$R_2 = 20 \Omega, R_4 = 40 \Omega$$

" proud na krátko " = zkrat



$$I_i = I_k$$

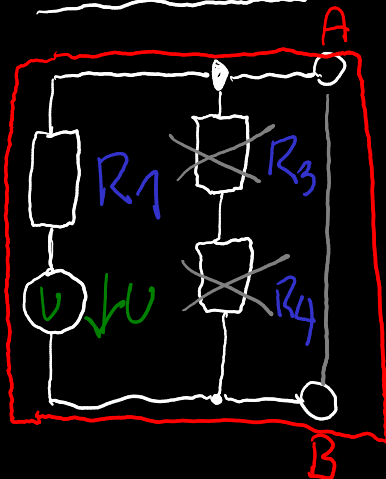
G = vodivost

= převrácená hodnota odporu

$$G = \frac{1}{R}$$

$$I_i = \frac{U}{R_1}$$

$$I_i = 2 \text{ A}$$

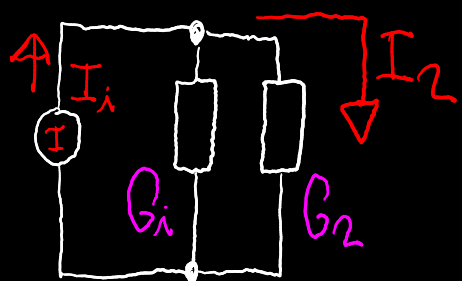


$$G_i = G_{AB} = \frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{34}}$$

$$= \frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{10} + \frac{1}{50}$$

$$G_{AB} = \frac{1}{10} + \frac{1}{50}$$

$$G_{AB} = 0,12 \text{ S}$$



$$\frac{I_2}{I_i} = \frac{G_2}{G_i + G_2}$$

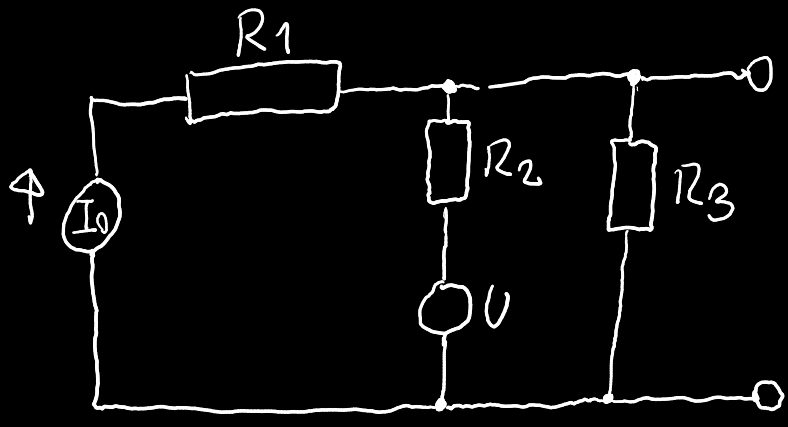
$$I_2 = \frac{G_2}{G_i + G_2} \cdot I_i$$

$$U_2 = I_2 \cdot R_2$$

$$U_2 = 0,588 \cdot 20$$

$$U_2 = 11,76 \text{ V}$$

$$I_2 = \frac{\frac{1}{20}}{0,12 + \frac{1}{20}} \cdot 2 = 0,588 \text{ A}$$



$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 2 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 0,5 \text{ k}\Omega$$

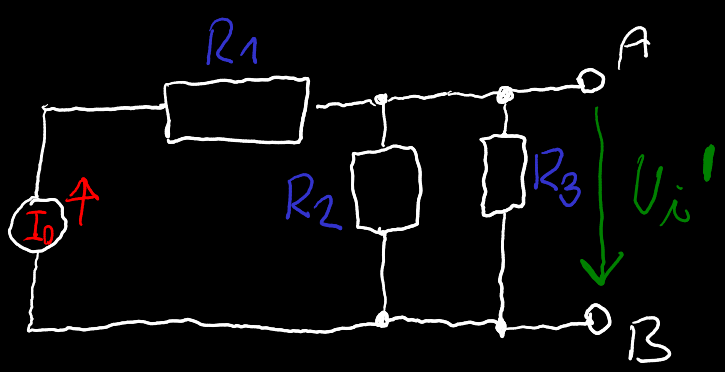
$$R_5 = 0,3 \text{ k}\Omega$$

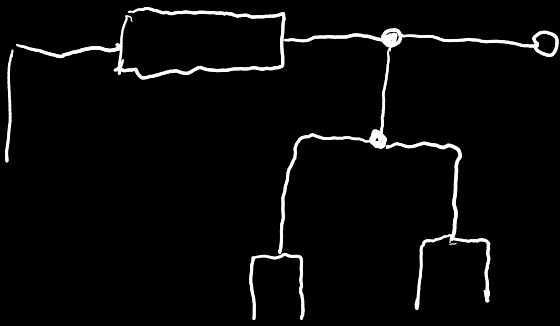
$$U_0 = 10 \text{ V}$$

$$I_0 = 10 \text{ mA}$$

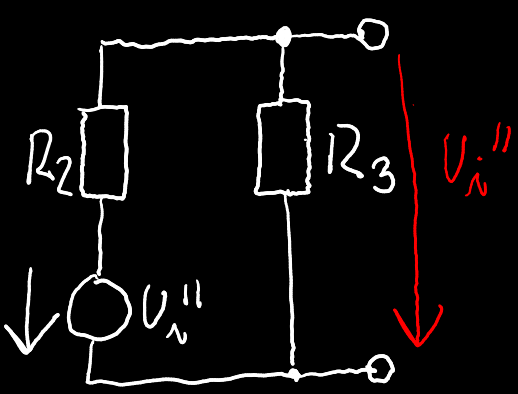
$$U_i = U_i' + U_i''$$

Příspěvek od zdroje proudů:





Příklad od zkrácené měření:



$$U_i'' = \frac{U_i''}{U} = \frac{R_3 \cdot U}{R_2 + R_3} = 5V$$

$$R_i = \frac{1}{\frac{1}{R_i}} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

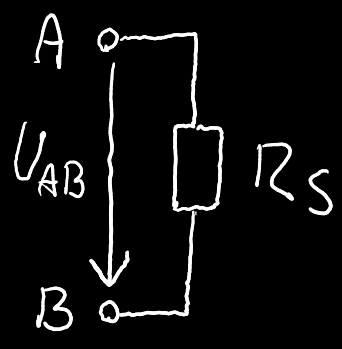
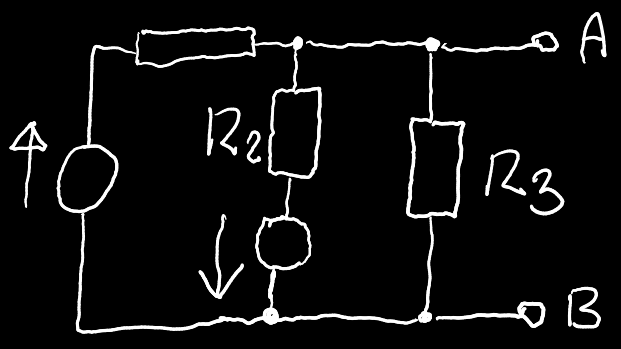
$$\frac{1}{R_i} = \frac{1}{2000} + \frac{1}{500}$$

$$R_i = \underline{\underline{400 \Omega}}$$

$$U = U_i' + U_i''$$

$$U = 2 + 4 = \underline{\underline{6V}}$$

Při zářezí:



$$U_{R5} =$$

Pr

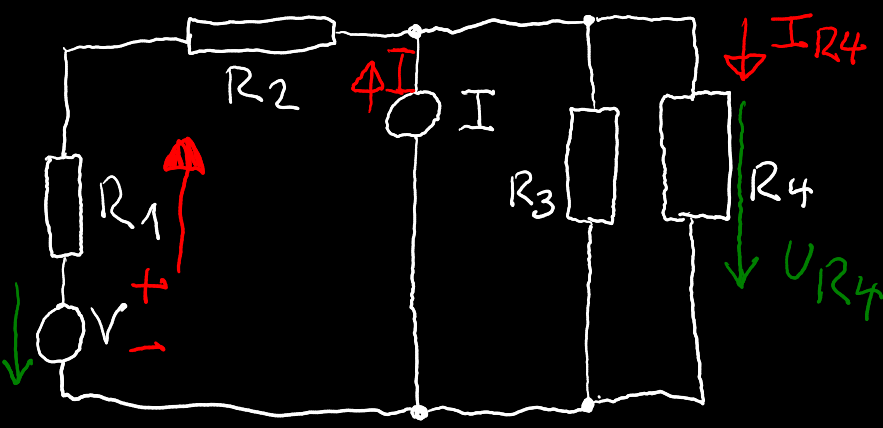
Na 3 desítková místa

$U = 15V$ $I = 1A$

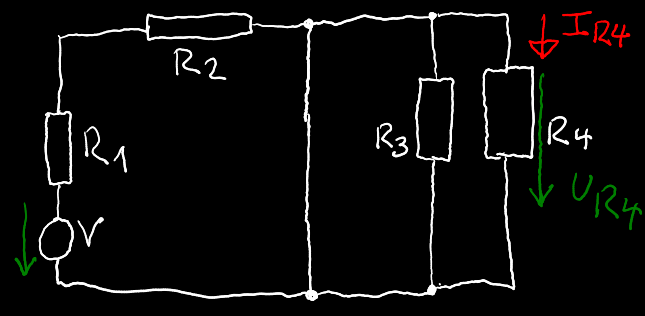
$R_1 = 60\Omega$ $R_3 = 40\Omega$

$R_2 = 30\Omega$ $R_4 = 60\Omega$

$U_{R4} = ? [V]$ $I_{R4} = ? [A]$



1) Příspěvek od zdvoje napětí

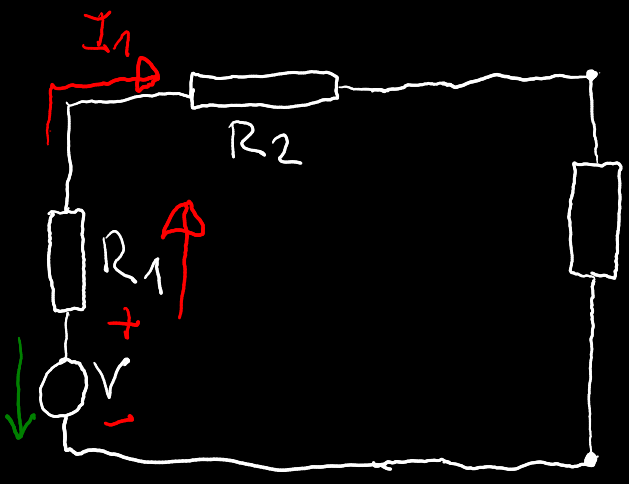


$R_{34} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}$

$R_{34} = \frac{40 \cdot 60}{40 + 60}$

$R_{34} = \frac{2400}{100}$

$R_{34} = 24\Omega$



$I_1 = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_{34}}$

$I_1 = \frac{15}{24 + 60 + 30}$

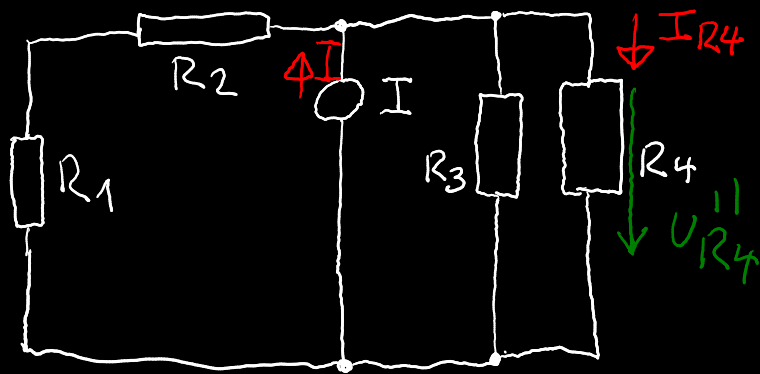
$I_1 = 0,132A$

$U_{R4}' = I_1 \cdot R_{34} = 24 \cdot 0,132 = \underline{\underline{3,168V}}$

$I_{R4}' = \frac{U_{R4}'}{R_4} = \frac{3,168}{60} = 0,053A$

$\frac{I_{R4}'}{I_1} = \frac{R_3}{R_4 + R_3}$ $I_{R4}' = \frac{R_3 \cdot I_1}{R_4 + R_3} = \frac{0,053 \cdot 40}{100} = \underline{\underline{0,053A}}$

2) Příspěvek od zdroje proudu



$$R_{12} = R_1 + R_2 = \underline{90 \Omega}$$

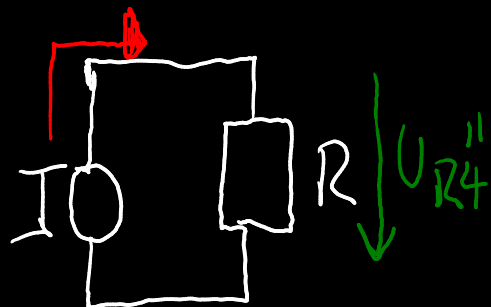
$$R_{34} = \underline{24 \Omega}$$



$$R = \frac{R_{34} R_{12}}{R_{34} + R_{12}}$$

$$R = \frac{90 \cdot 24}{90 + 24}$$

$$R = 18,947 \Omega$$



$$U_{R4}'' = I \cdot R$$

$$U_{R4}'' = \underline{18,947 \text{ V}}$$

$$I_{R4}'' = U_{R4}'' \cdot R_4$$

$$I_{R4}'' = 18,947 \text{ V} \cdot 60 \Omega$$

$$I_{R4}'' = \underline{0,316 \text{ A}}$$

$$U_{R4} = U_{R4}' + U_{R4}''$$

$$U_{R4} = 3,17 + 18,947$$

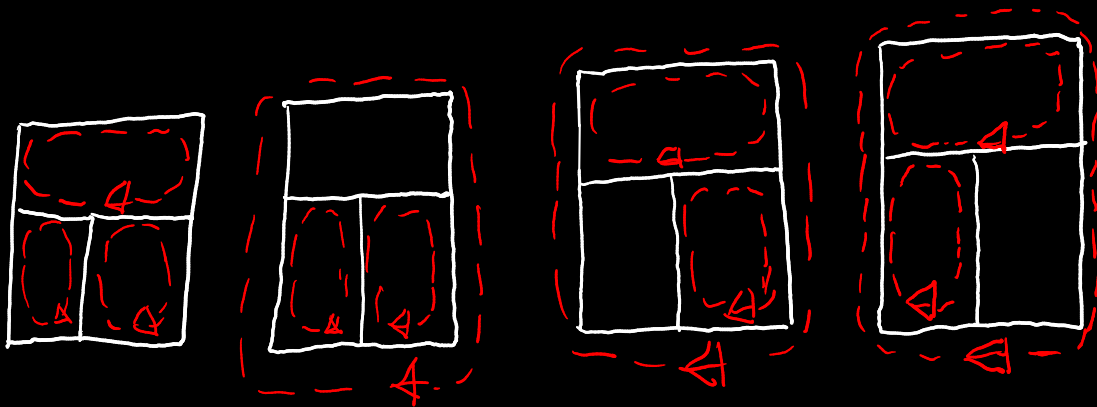
$$U_{R4} = \underline{22,117 \text{ V}}$$

$$I_{R4} = I_{R4}' + I_{R4}''$$

$$I_{R4} = 0,316 + 0,053$$

$$I_{R4} = 0,369 \text{ A}$$

TOPOLOGIE ELEKTRICKÝCH OBVODŮ



- Větev - část obvodu, která se do ostatních částí obvodu připojuje pouze dvěma svorkami
 - jeden základní prvek nebo více základních prvků napojených sériově
 - počet větví $= V = N$
 - Velikost a směr proudu je v celé větvi stejná

- Uzel - spojuje dvě nebo více větví
 - počet uzlů $= n$
 - v uzlu se může spojit dva nebo více prvků
 - pokud mezi dvěma body je více větví, je na každé větvi stejné napětí

- Referenční uzel - zvolený uzel v obvodu
 - značíme 0

- Počet nezávislých dvojic - $d = n - 1$

- Graph obvodu - graficky realizovaná množina prvků a velič
popisujících topologii reálného obvodu a
vyjadřující elektrické spojení všech prvků

- Smyčka - uzavřená dráha v rámci obvodu je tvořena větvemi
- v každém uzlu ležícím ve smyčce se smí objevit
pouze dvě větve, které jsou součástí smyčky
- smyčka nejde žádnou větví vícekrát, než jednou
- smyčka se nemusí křížit v žádném uzlu

- Nezávislá smyčka - uzavřená dráha obvodu, která
obsahuje jednu větev, která není součástí
jiné nezávislé smyčky

- Počet nezávislých smyček - je možné určit
 $\rightarrow S = n - d = n - n + 1$

METODA

SMYČKOVÝCH

PROUDŮ

- je založena na hledání veličnosti proudu

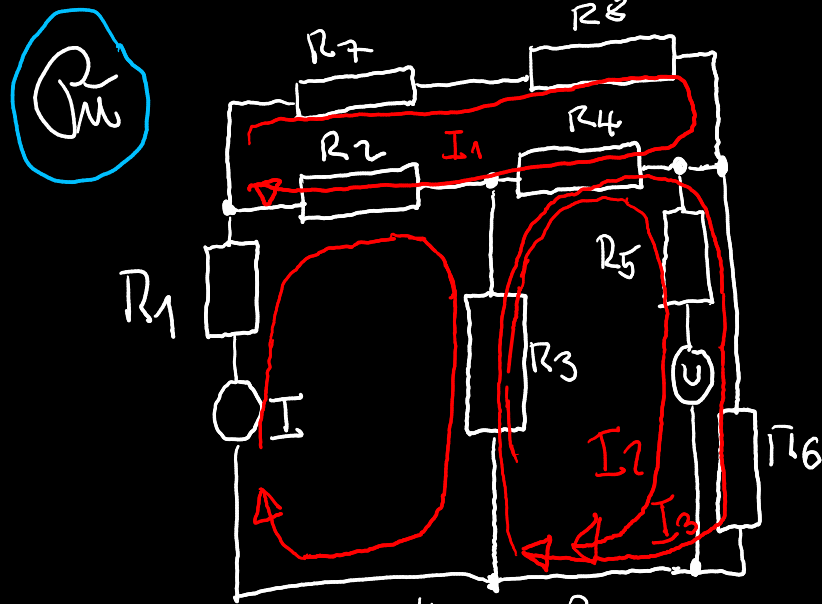
ve obvodu smyček při aplikaci I_1, I_2, \dots, I_n (základní napětí na smyčce)

Počet nezávislých smyčkových proudů: $x_i = N - n_i$
 - kde n_i je počet větví v obvodu, které obsahují zdroj proudu

Metoda smyčkových proudů

2. KZ

$$U = R \cdot I$$



$$x_i = N - n_i; \quad 4 - 1 = 3$$

I₁

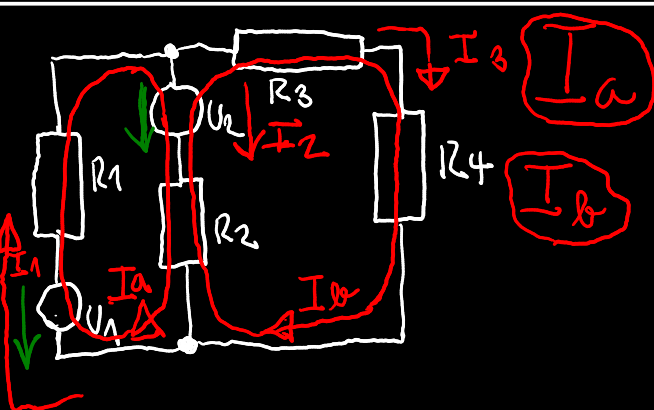
$$R_7 \cdot I_1 + R_8 \cdot I_1 + R_2(I_1 - I) + R_4(I_1 - I_2 - I_3) = 0$$

I₂

$$R_3(I_2 + I_3 - I) + R_4(I_2 + I_3 - I_1) + R_5 I_2 + U = 0$$

I₃

$$R_4(I_3 - I_1 + I_2) + R_6 I_3 + R_3(I_3 + I_2 - I) = 0$$



I_a

$$R_1 I_a + U_2 + R_2(I_a - I_b) - U_1 = 0$$

I_b

$$R_2(I_b - I_a) - U_2 + R_3 I_b + R_4 I_b = 0$$

$$I_a(R_1 + R_2) - I_b R_2 - U_1 = 0$$

$$- I_a R_2 + I_b(R_2 + R_3 + R_4) - U_2 = 0$$

$R_1 = 100 \Omega \quad U_1 = 100 \text{ V}$
 $R_2 = 100 \Omega \quad U_2 = 20 \text{ V}$
 $R_3 = 75$
 $R_4 = 25$

$$I_a(100 + 100) - I_b 100 - 100 = 0$$

$$- I_a 100 + I_b(100 + 75 + 25) - 20 = 0$$

$$I_a 200 - I_b 100 = 100$$

$$- I_a 100 + I_b 200 = 20$$

$$\begin{bmatrix} 200 & -100 & | & 100 \\ -100 & 200 & | & 20 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & | & -0,2 \\ 10 & -5 & | & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{-10} \begin{bmatrix} 1 & -2 & | & -0,2 \\ 0 & 15 & | & 6 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & | & -0,2 \\ 0 & 1 & | & \frac{2}{5} \end{bmatrix} \xrightarrow{\cdot 2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & | & 0,6 \\ 0 & 1 & | & \frac{2}{5} \end{bmatrix}$$

$$I_a = \frac{3}{5} \text{ A}$$

$$I_b = \frac{2}{5} \text{ A}$$

$$I_a = I_1 = 0,6 \text{ A}$$

$$I_2 = I_a - I_b = 0,6 - 0,4 = 0,2 \text{ A}$$

$$I_3 = I_b = 0,4 \text{ A}$$

$$U_{R1} = I_1 \cdot R_1 = 100 \cdot \frac{3}{5} = \frac{300}{5} = \underline{\underline{60 \text{ V}}}$$

$$U_{R2} = R_2 \cdot I_2 = 100 \cdot 0,2 = \underline{\underline{20 \text{ V}}}$$

$$U_{R3} = I_3 \cdot R_3 = \frac{75}{15} \cdot \frac{2}{5} = \underline{\underline{30 \text{ V}}}$$

$$U_{R4} = I_3 \cdot R_4 = \frac{2}{5} \cdot 25 = \underline{\underline{10 \text{ V}}}$$

METODA UZLOVÝCH NAPĚTÍ

spočívá ve výpočtu napětí na uzlových dvojicích (mezi uzlem a referenčním uzlem) tak, že se na základě aplikace I. KZ sestaví rovnice, které představují nebo odštěkají z jednotlivého uzlu

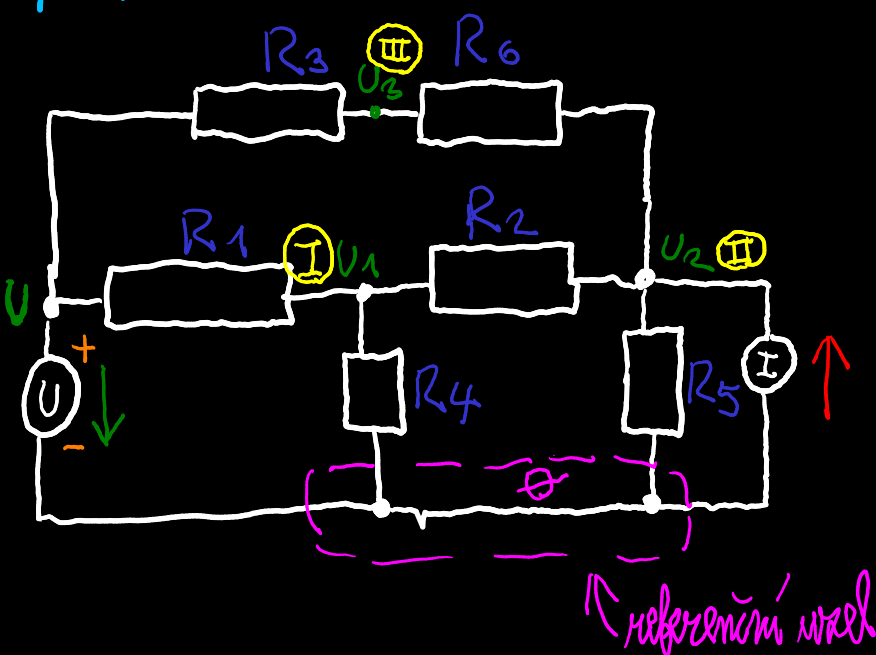
Počet neznámých uzlových napětí: $x_n = d - r_n$

- kde r_n je počet větví, které jsou tvořeny ze n dvojic napětí

- Po nalezení napětí na uzlových dvojicích

se z vodičů napětí dopočítávají proudy jednotlivými větvemi

MUN \Rightarrow měříme proudy $\Rightarrow \boxed{I = \frac{U}{R}}$



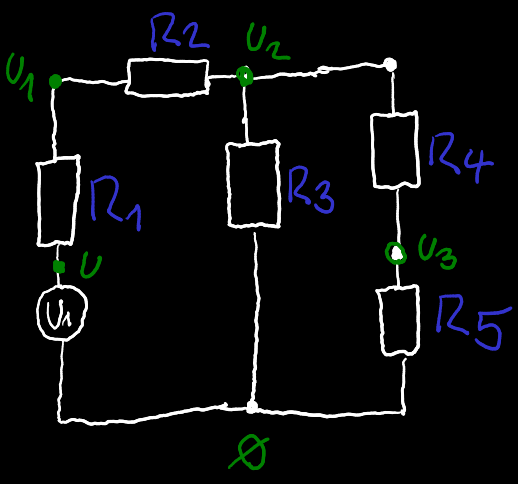
I

$$I = \frac{U_1 - U}{R_1} + \frac{U_1 - U_2}{R_2} + \frac{U_1 - 0}{R_4} = 0$$

III

$$I = \frac{U_3 - U}{R_3} + \frac{U_3 - U_2}{R_6} = 0$$

II
$$I = \frac{U_2 - U_3}{R_6} + \frac{U_2 - U_1}{R_2} + \frac{U_2 - 0}{R_5} - I = 0$$

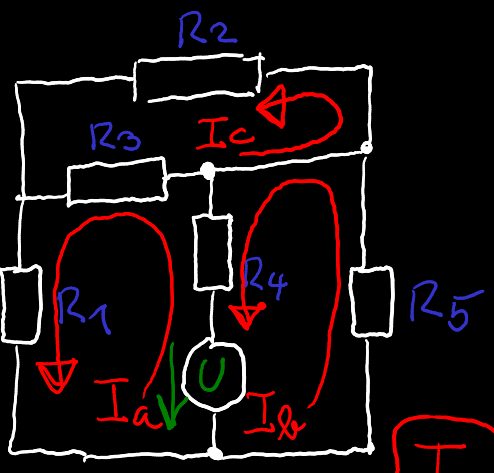


U1
$$I = \frac{U_1 - U}{R_1} + \frac{U_1 - U_2}{R_2} = 0$$

U2
$$I = \frac{U_2 - U_1}{R_2} + \frac{U_2 - 0}{R_3} + \frac{U_2 - U_3}{R_4} = 0$$

U3
$$I = \frac{U_3 - 0}{R_5} + \frac{U_3 - U_2}{R_4} = 0$$

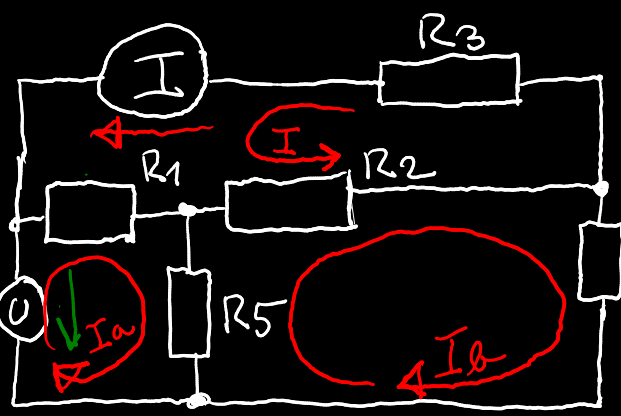
MSP režime U



Ia
$$R_4 \cdot (I_a - I_b) + R_3 (I_a - I_c) + R_1 \cdot I_a - U = 0$$

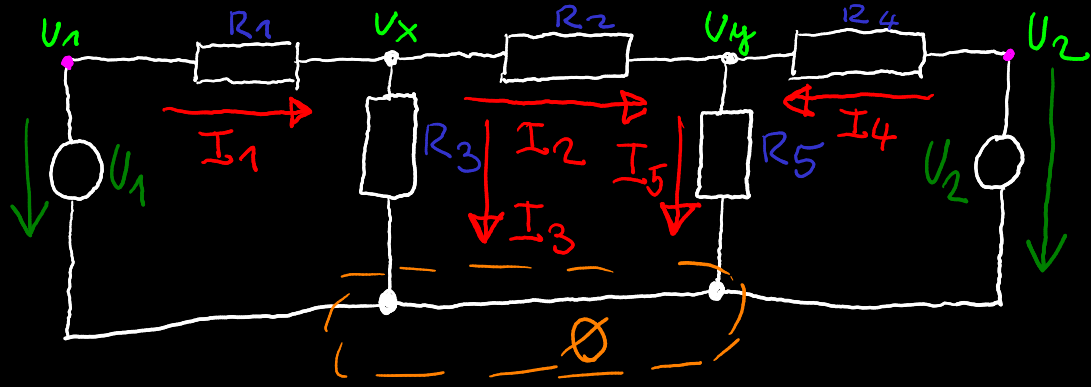
Ib
$$R_5 I_b + R_4 (I_b - I_a) + U = 0$$

Ic
$$R_3 (I_c - I_a) + R_2 I_c = 0$$



Ia
$$R_5 (I_a - I_b) + R_1 (I_a + I) - U = 0$$

Ib
$$R_4 I_b + R_5 (I_b - I_a) + R_2 (I_b + I) = 0$$



$$U_x = 28V$$

$$U_y = 22V$$

$$U_1 = 48V \quad R_1 = 2\Omega \quad R_3 = 4\Omega \quad R_5 = 2\Omega$$

$$U_2 = 30V \quad R_2 = 2\Omega \quad R_4 = 1\Omega \quad U_x = ?$$

U_x MUN

$$U_y = ?$$

$$I = \frac{U_1 - U_x}{R_1} - \frac{U_x - U_y}{R_2} - \frac{U_x - 0}{R_3} = 0$$

U_y

$$I = \frac{U_2 - U_y}{R_4} - \frac{U_y}{R_5} + \frac{U_x - U_y}{R_2} = 0$$

$$\frac{48 - U_x}{2} - \frac{U_x - U_y}{2} - \frac{U_x}{4} = 0$$

$$30 - U_y - \frac{U_y}{2} + \frac{U_x - U_y}{2} = 0$$

$$96 - 2U_x - 2U_x + 2U_y - U_x = 0$$

$$60 - 2U_y - U_y + U_x - U_y = 0$$

$$96 - 5U_x + 2U_y = 0$$

$$60 - 4U_y + U_x = 0$$

$$\begin{bmatrix} -5 & 2 & | & -96 \\ 1 & -4 & | & -60 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 5 & -2 & | & 96 \\ 1 & -4 & | & -60 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -4 & | & -60 \\ 0 & 18 & | & 396 \end{bmatrix} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -4 & | & -60 \\ 0 & 9 & | & 198 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -4 & | & -60 \\ 0 & 3 & | & 66 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -4 & | & -60 \\ 0 & 1 & | & 22 \end{bmatrix} \xrightarrow{\cdot 4} \begin{bmatrix} 1 & 0 & | & 28 \\ 0 & 1 & | & 22 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} U_x = 28V \\ U_y = 22V \end{array}$$

$$I_1 = \frac{U_1 - U_x}{R_1}$$

$$I_1 = \frac{48 - 28}{2}$$

$$I_1 = \frac{20}{2} = \underline{\underline{10A}}$$

$$I_2 = \frac{U_x - U_y}{R_2} = \frac{6}{2} = \underline{\underline{3A}}$$

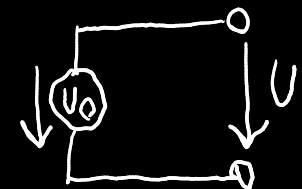
$$I_3 = \frac{U_x}{R_3} = \frac{28}{4} = \frac{14}{2} = \underline{\underline{7A}}$$

$$\underline{\underline{I_4 = 8A}}$$

$$\underline{\underline{I_5 = 11A}}$$

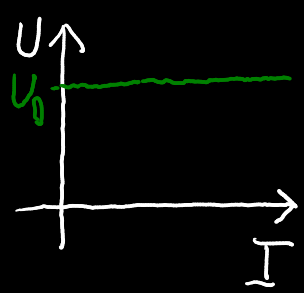
ZATĚŽOVACÍ CHARAKTERISTIKA ZDROJE NAPĚTÍ

Ideální zdroj napětí

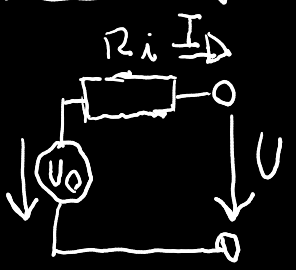


- má konstantní odpor nulový, takže napětí na
vzdálených zdrojích...

Zatěžovací charakteristika

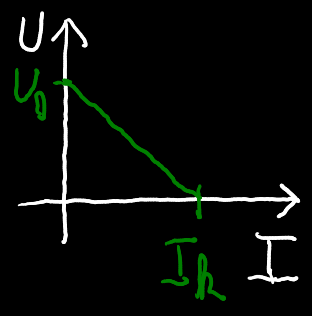


Skutečný zdroj napětí



- nahraujeme pro účely výpočtu spojitím ideálního zdroje napětí U_0 a vnitřního odporu R_i

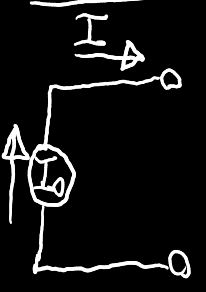
Zatěžovací charakteristika



- U skutečného zdroje napětí klesá s rostoucí napětí U od hodnoty U_0 naprázdno ($R_2 = \infty$) při zvyšujícím se proudu až k nulové hodnotě při zkratu ($R_2 = 0$), kdy tel zdroj vydechá proud maximálního I_k

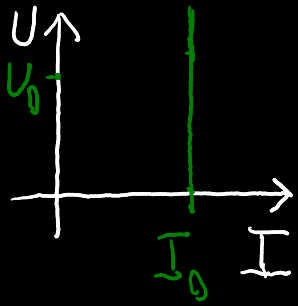
ZATĚŽOVACÍ CHARAKTERISTIKA ZDROJE PROUDU

Ideální zdroj proudu

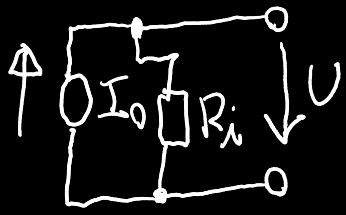


- má vnitřní odpor nekonečný, takže proud zdroje je nezávislý na zátěži

Zadávková charakteristika

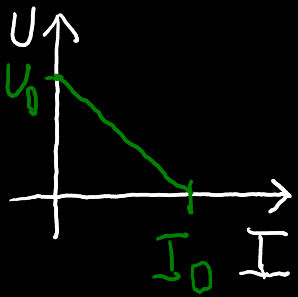


Skutečný zdroj proudu



- nahraujeme pro voličový výpočet spojitým ideálním zdrojem proudu I_0 a paralelně spojeného vnějším odporem R_i

Zadávková charakteristika



- U skutečného zdroje proudu má dělení proudů jen část proudu zdroje, snížená o proud protékající vnějším odporem
- Společná napětí U klesá od hodnoty U_0 naprázdno ($R_2 = \infty$) při zvyšujícím se proudu má dělení až k nulové hodnotě při zkratu ($R_2 = 0$), kdy ze zdroje vyteče proud nahradko $I_R = I_0$

ELEKTŘICKÝ PROUD VE VODIČI

Proud, který projde vodičem za dobu t , přenesl náboj

$$Q = I \cdot t \quad [C; A, s]$$

Elektrická práce

- elektrická práce je mírou přeměny el. energie na jiné druhy energie

Elektrická práce se vykonává, přesuneme-li náboj Q mezi dvěma místy, mezi nimiž je napětí U

$$W = Q \cdot U \quad \text{neboť } Q = I \cdot t$$

$$\text{pak platí } W = U \cdot I \cdot t \quad [J; V, A, s]$$

Elektrický výkon

$$P = \frac{W}{t}$$

- Výkon P v obvodu stejnosměrného proudu je přímo úměrný práci W a nepřímo úměrný času, ke kterému se práce koná

$$P = \frac{W}{t} = U \cdot I$$

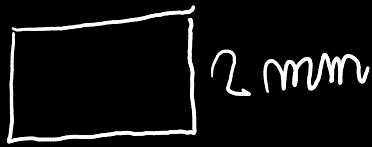
$$P = U \cdot I \Rightarrow P = U \cdot \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R}$$

$$P = U \cdot I = R \cdot I \cdot I = R \cdot I^2$$

$$J = 2 \text{ A} \cdot \text{mm}^2$$

$$J = \frac{I}{S} \Rightarrow \underline{I = J \cdot S}$$

$$I = 2 \cdot 6 = \underline{\underline{12 \text{ A}}}$$



3 mm

$$S = 6 \text{ mm}^2$$

$$W = ?$$

$$t = 10 \text{ min} = 600 \text{ s}$$

$$U = 230 \text{ V}$$

$$R = 20 \Omega$$

$$W = U \cdot I \cdot t \Rightarrow 11,5 \cdot 600 \cdot 230 = 1587000$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{230}{20} = 11,5 \text{ A}$$

$$U = ?$$

$$R = 40 \Omega$$

$$W = 4800 \text{ J}$$

$$t = 8 \text{ min} = 480 \text{ s}$$

$$W = U \cdot I \cdot t = 20 \cdot \frac{1}{2} \cdot 480 = \underline{\underline{4800}}$$

$$4800 = U \cdot \frac{U}{R} \cdot t$$

$$4800 \cdot 40 = U^2 \cdot t$$

$$I = \frac{U}{R}$$

$$\frac{4800 \cdot 40}{480} = U^2$$

$$400 = U^2$$

$$U = 20 \text{ V}$$

$$U = I \cdot R$$

$$I = \frac{20}{40} = \frac{1}{2} \text{ A}$$

$$R = 7,5 \Omega$$

$$t = 20 \text{ min} = 1200 \text{ s}$$

$$W = 5,76 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$I = ? \text{ [A]}$$

$$W = U \cdot I \cdot t$$

$$5760 = I \cdot R \cdot I \cdot t$$

$$5760 = I^2 \cdot R \cdot t$$

$$5760 = I^2 \cdot 7,5 \cdot 1200$$

$$\frac{5760}{9000} = I^2$$

$$0,64 = I^2$$

$$\underline{\underline{0,8 \text{ A} = I}}$$

$$R = 4 \Omega$$

$$U = 6V$$

$$P = ? [W]$$

$$P = U \cdot I = U \cdot \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R} = \frac{36}{4} = \underline{\underline{9W}}$$

STŘÍDAVÝ PROUD

Střídavým proudem rozumíme složený elektrický proud, jehož velikost a smysl se s časem periodicky mění

Okamžitá hodnota

— střídavé veličiny ($u; i$) udává se určitým časovým okamžikem velikost a smysl střídavé veličiny

Amplituda

— (I_{max}, U_{max}) je největší okamžitá kladná nebo záporná hodnota

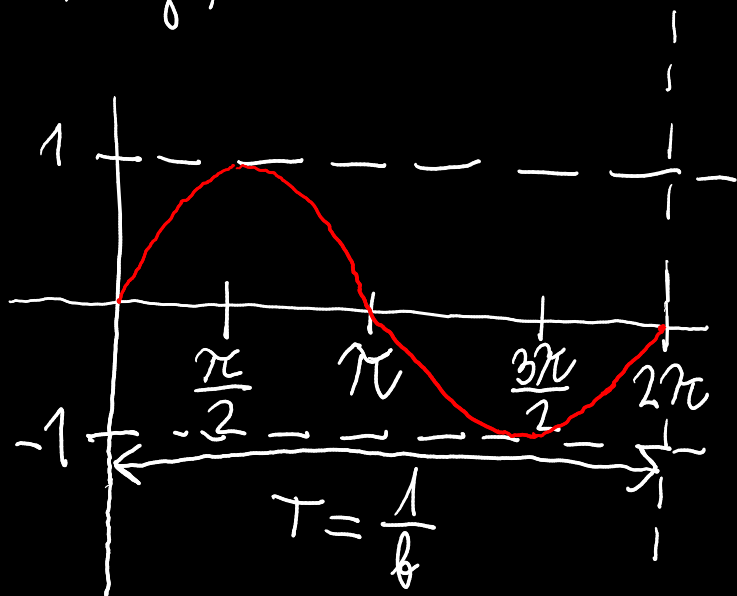
Doba kmitu (perioda)

— T určuje dobu, za kterou vytvoří střídavá veličina jeden kmit (cyklus)

— jednotkou je s (sekunda)

Frekvence

- f
- určuje, kolik kmitů...



STŘÍDAVÝ SINUSOVÝ PROUD

$$i = I_{\max} \cdot \sin \omega$$

- časový úhel ω je dán vztahem

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \cdot t = 2\pi \cdot f \cdot t = \underline{\underline{\omega \cdot t}}$$

Úhlová frekvence ω

- vyjadřuje se obvyklou měrou úhel, který opíše rotující úsečka za jednu sekundu
- jednotkové úhlové

$$\omega = 2\pi \cdot f \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}\text{]}$$

Pro převod: $\alpha_M = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \alpha_N [\text{rad}; ^\circ]$

$\alpha_N = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \alpha_M [^\circ; \text{rad}]$

Časový posun

- Je-li počátek sinusového kmítka posunut o úhel φ před časovým počátkem, časový průběh předbíhá

$$i = I_{\max} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

- časový průběh má zpoždění

$$i = I_{\max} \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi)$$

Efektivní a střední hodnoty proudu a napětí

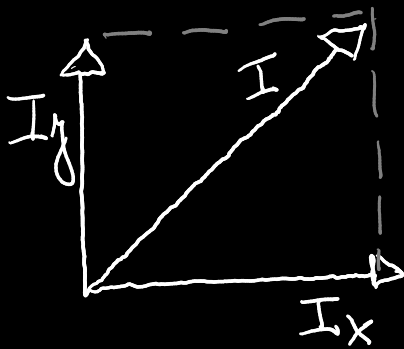
- Efektivní hodnota střídavého sinusového proudu I se rovná hodnotě stejnosměrného proudu, který v odporu R vyvine takovou stejnou práci jako proud střídavý

$$I = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot I_{\max}$$

$$I_{\max} = I \cdot \sqrt{2}$$

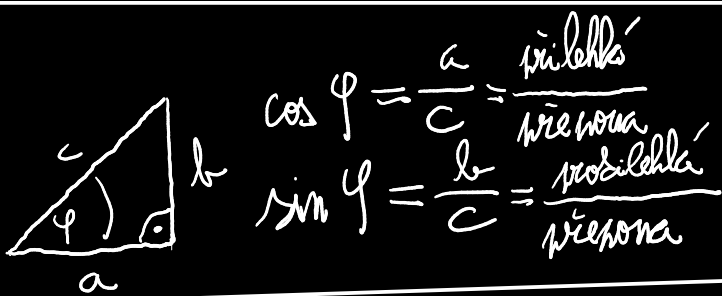
FÁZORY

- Poloha redující úsečky v rovině
mění se vždy jednotavně dle sinusového
velikosti a nazýváme ji **fázor** $(0, U)$



$$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{I_x}{I}$$



KOMPLEXNÍ ČÍSLA

Exponenciální tvar - vězení

Rovnice $u(t) = U_{\max} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

$$\hat{U} = U_{\max} \cdot e^{j\varphi}$$

ω - úhlový kmitočít

φ - fázový posun U_{\max} - maximální hodnota

$$\omega = 2\pi f \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}\text{]}$$

Převod čísla z exp. na složkový tvar

$$\hat{U} = 20 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} \Rightarrow U_{\max} (\cos \varphi + j \sin \varphi)$$

$$\hat{U} = 20 \cdot (\cos \frac{\pi}{2} + j \sin \frac{\pi}{2}) \Rightarrow 20 \cdot (0 + 1j) = 20j$$

ROVNICE

EXPONENCIÁLNÍ

SLOŽKOVÝ

$$u(\Delta) = 6,71 \cdot \sin(\omega \Delta + \pi)$$

$$\hat{U} = 6,71 \cdot (\cos \pi + j \sin \pi) =$$
$$= \underline{\underline{-6,71 + 0j}}$$

$$\hat{U} = 12 \cdot e^{-j0,1}$$

$$u(\Delta) = 12 \cdot \sin(\omega \Delta - 0,1)$$

$$\hat{U} = 12 \cdot (\cos(-0,1) + j \sin(-0,1)) = 12 \cdot 0,995 +$$
$$12 \cdot (-0,099)j$$
$$= 12 - 1,188j$$

Převod ze složeného na exponenciální

$$\text{Re} + j\text{Im} = \sqrt{\text{Re}^2 + \text{Im}^2} \cdot e^{j \arctan \frac{\text{Im}}{\text{Re}}}$$

ZÁPORNÉ - $\sqrt{\text{Re}^2 + (-\text{Im})^2} \cdot e^{j \arctan -\frac{\text{Im}}{\text{Re}}}$
Imaginární

$$\hat{U} = 12 + j6 = \sqrt{12^2 + 6^2} \cdot e^{j \arctan \frac{6}{12}} = 13,42 \cdot e^{j0,46}$$

$$u(t) = 13,42 \cdot \sin(\omega t + 0,46)$$

$$i_1(t) = 30 \cdot \sin(\omega \cdot t + 1,2)$$

① PŘEVÉST

$$i_2(t) = 20 \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$$

② SEČÍST

$$i_1(t) + i_2(t) = ?$$

$$\begin{aligned} \hat{I}_1 &= 30 \cdot e^{j1,2} \Rightarrow 30 \cdot (\cos 1,2 + j \sin 1,2) = \\ &= 30 \cdot (0,362 + j 0,932) = \\ &= 11 + 28j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{I}_2 &= 20 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} \Rightarrow 20 \cdot (\cos \frac{\pi}{2} + j \sin \frac{\pi}{2}) = \\ &= 20 \cdot (0 + 1j) = \underline{\underline{20j}} \end{aligned}$$

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 10 + 48j \Rightarrow \sqrt{10^2 + 48^2} + e^{j \arctan \frac{48}{10}}$$

$$\underline{I} = \underline{49 + e^{j 1,3}}$$

$$|i(\omega) = 49 \cdot \sin(\omega t + 1,3)|$$

USTÁLENÝ STAV

- Pokud se parametry ani zapojení obvodu nemění, rozvíjí se v každé době v obvodu stav. *ustálený stav*

- Přechodný děj ohraničují:

1. *ustálený stav* - stav, ve kterém se obvod nacházel před změnou

2. *ustálený stav* - stav, ve kterém se obvod bude nacházet po změně a po odeznění přechodného děje

Ustálený ustálený stav (SUS)

- měří-li se v elektrickém obvodu pouze stejnosměrné hodnoty napětí a proudů
- je charakterizován tím, že všechny obvodové veličiny jsou konstantní (časově nezávislé)

Harmonický ustálený stav (HUS)

- měří-li se v el. obvodu pouze hodnoty harmonických (sinusových) napětí a proudů stejné frekvence
- je charakterizován tím, že všechny obvodové veličiny jsou harmonickými funkcemi času o stejné frekvenci

PERIODICKÝ NEHARMONICKÝ (PNUS) USTÁLENÝ STAV

- měří-li se v el. obvodu pouze hodnoty periodických (obecně neharmonických) napětí a proudů se stejnou periodou
- je charakterizován tím, že všechny obvodové veličiny jsou periodickými funkcemi času se stejnou periodou

$$i_1(t) = 10 \sin(\omega t + \pi/4)$$

$$i_2(t) = 20 \sin(\omega t + \pi/2)$$

$$\hat{I}_1 = 10 \cdot e^{j \frac{\pi}{4}} = 10 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{4} + j \sin \frac{\pi}{4} \right) =$$

$$= 10 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} j \right) =$$

$$= 5\sqrt{2} + 5\sqrt{2} j$$

$$\hat{I}_2 = 20 \cdot e^{j \frac{\pi}{2}} = 20 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{2} + j \sin \frac{\pi}{2} \right) =$$

$$= 0 + 20 j$$

$$\hat{I}_1 + \hat{I}_2 = (5\sqrt{2} + 5\sqrt{2} j) + (20 j) =$$

$$= 7,07 + 27,07 j \Rightarrow \sqrt{7,07^2 + 27,07^2} +$$

$$e^{j \arctan\left(\frac{27,07}{7,07}\right)}$$

$$\hat{I} = 27,978 + e^{j 1,315}$$

$$i(t) = 27,978 (\cos t + 1,315)$$

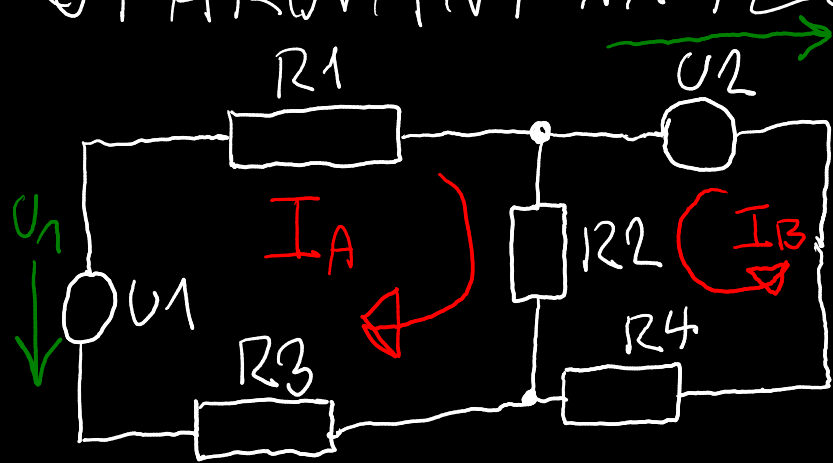
$$u_1(t) = 20 \sin(\omega t - \frac{\pi}{4}) \quad \hat{U}_1 = 20 \left(\cos -\frac{\pi}{4} + j \sin -\frac{\pi}{4} \right)$$

$$u_2(t) = 10 \sin(\omega t + 2) \quad \hat{U}_2 = 10 (\cos 2 + j \sin 2)$$

$$\hat{U}_1 = 14,14 - 14,14 j \quad \hat{U}_1 + \hat{U}_2 = 9,98 + j - 5,05$$

$$\hat{U}_2 = -4,16 + j 9,09$$

0 PAKOVÁNÍ NA TEST



$$U_1 = 5V \quad R_3 = 910\Omega$$

$$U_2 = 3,3V \quad R_4 = 220\Omega$$

$$R_1 = 5 \cdot 10^3 \Omega$$

$$R_2 = 1 \cdot 10^3 \Omega$$

$$I_A, I_B, U_{R1}, U_{R2}, U_{R3}, U_{R4} = ?$$

I_A

$$R_1 \cdot I_A + R_2 (I_A + I_B) + I_A R_3 - U_1 = 0$$

I_B

$$R_4 I_B - U_2 + R_2 (I_B + I_A) = 0$$

$$R_1 I_A + R_2 I_A + R_2 I_B + I_A R_3 = U_1$$

$$R_4 I_B + R_2 I_B + R_2 I_A = U_2$$

$$I_A (R_1 + R_2) + I_B (R_2 + R_3) = U_1$$

$$I_B (R_2 + R_4) + R_2 I_A = U_2$$

$$I_B = \frac{U_2 - R_2 I_A}{R_2 + R_4}$$

$$I_A (R_1 + R_2) + \frac{(U_2 - R_2 I_A) \cdot (R_2 + R_3)}{R_2 + R_4} = U_1$$

$$I_A = \frac{U_1}{R_1 + R_2} - \frac{(U_2 - R_2 I_A) \cdot (R_2 + R_3)}{R_2 + R_4}$$

$$I_A (5000 + 1000 + 910) + 1000 I_B = 5$$

$$1000 I_A + I_B (1000 + 220) = 3,3$$

$$I_A 6910 + I_B 1000 = 5$$

$$I_A 1000 + I_B 1220 = 3,3$$

$$I_B = \frac{3,3 - I_A 1000}{1220}$$

$$I_A 6910 + \frac{(3,3 - I_A 1000) 1000}{1220} = 5$$

$$I_A 8430200 + 3300 - I_A 1000000 = 6100$$

$$I_A (8430200 - 1000000) = 6100 - 3300$$

$$I_A = 0,37 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

$$I_B = \frac{3,3 - 0,37 \cdot 10^{-3} \cdot 1010}{12 \Omega}$$

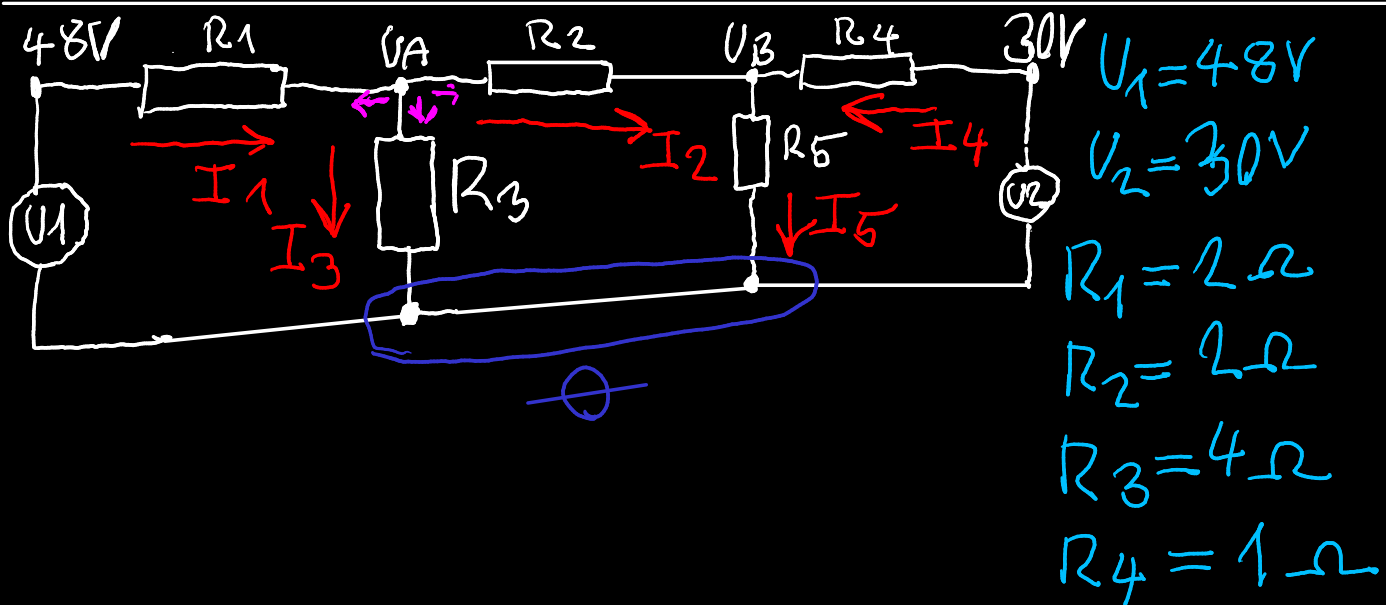
$$I_B \doteq \underline{\underline{2,4 \cdot 10^{-3} \text{ A}}}$$

$$U_{R4} = I_B \cdot R_4 = 2,39 \cdot 10^{-3} \cdot 220 = 0,5258 \text{ V}$$

$$U_{R3} = I_A \cdot R_3 = 3,76 \cdot 10^{-4} \cdot 910 = 0,34216 \text{ V}$$

$$U_{R2} = R_2 \cdot (I_A + I_B) = 2,766 \text{ V}$$

$$U_{R1} = I_A \cdot R_1 = 3,76 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot 10^3 = 1,88 \text{ V}$$



$$I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 = ? \quad R_5 = 2 \Omega$$

$$\textcircled{U_A} \quad \frac{U_A - 48}{R_1} + \frac{U_A - U_B}{R_2} + \frac{U_A - 0}{R_3} = 0$$

$$\textcircled{U_B} \frac{U_B - U_A}{R_2} + \frac{U_B - 30}{R_4} + \frac{U_B - 0}{R_5} = 0$$

$$\frac{U_A}{2} - \frac{48}{2} + \frac{U_A}{2} - \frac{U_B}{2} + \frac{U_A}{4} = 0 \quad | \cdot 4$$

$$\frac{U_B}{2} - \frac{U_A}{2} + U_B - 30 + \frac{U_B}{2} = 0 \quad | \cdot 2$$

$$2U_A - 96 + 2U_A - 2U_B + U_A = 0$$

$$U_B - U_A + 2U_B - 60 + U_B = 0$$

$$5U_A - 2U_B = 96$$

$$-U_A + 4U_B = 60$$

$$\left[\begin{array}{cc|c} 5 & -2 & 96 \\ -1 & 4 & 60 \end{array} \right] \sim \left[\begin{array}{cc|c} 1 & -4 & -60 \\ 0 & 18 & 396 \end{array} \right] \sim \left[\begin{array}{cc|c} 1 & -4 & -60 \\ 0 & 1 & 22 \end{array} \right]$$

$$\sim \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 28 \\ 0 & 1 & 22 \end{array} \right] \quad \boxed{\begin{array}{l} \underline{\underline{U_A = 28 \text{ V}}} \\ \underline{\underline{U_B = 22 \text{ V}}} \end{array}}$$

$$I_1 = \frac{U_1 - U_A}{R_1} = \frac{48 - 28}{2} = \underline{\underline{10 A}}$$

$$I_2 = \frac{U_A - U_B}{2} = \frac{28 - 22}{2} = \underline{\underline{3 A}}$$

$$I_3 = \frac{U_A}{R_3} = \frac{28}{4} = \underline{\underline{7 A}}$$

$$I_4 = \frac{U_2 - U_B}{R_4} = \frac{30 - 22}{1} = \underline{\underline{8 A}}$$

$$I_5 = \frac{U_B}{R_5} = \frac{22}{2} = \underline{\underline{11 A}}$$

$$u_1(t) = 10 \sin(\omega t - \pi/2)$$

$$u_2(t) = 20 \sin(\omega t + 1.1)$$

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t)$$

$$\hat{U}_1 = 10 \cdot e^{-j \frac{\pi}{2}}$$

$$\hat{U}_1 = 10 \cdot (\cos(-\frac{\pi}{2}) + j \sin(-\frac{\pi}{2}))$$

$$\hat{U}_1 = 10 \cdot (0 - 1j) = 0 - j10 = \underline{\underline{-10j}}$$

$$\hat{U}_2 = 20 \cdot e^{j 1.1}$$

$$\hat{U}_2 = 20 \cdot (\cos 1.1 + j \sin 1.1)$$

$$\hat{U}_2 = 20 \cdot (0,45 + j0,89)$$

$$\hat{U}_2 = 9 + j17,8i$$

$$\hat{U} = \hat{U}_1 + \hat{U}_2 = 9 + j7,8i$$

$$\hat{U} = \sqrt{9^2 + 7,8^2} \cdot e^{j \arctan \frac{7,8}{9}}$$

$$\hat{U} = 12 \cdot e^{j0,7} \quad u(t) = 12 \cdot \sin(\omega t + 0,7)$$

$$i_1(t) = 100 \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$$

$$i_2(t) = 25 \cdot \sin(\omega t + 1,25)$$

$$\hat{I}_1(t) = 100 \cdot e^{j \frac{\pi}{4}}$$

$$\hat{I}_1(t) = 100 \cdot (\cos \frac{\pi}{4} + j \sin \frac{\pi}{4})$$

$$\hat{I}_1(t) = 70,711 + j70,711i$$

$$\hat{I}_2(t) = 25 \cdot e^{j1,25}$$

$$\hat{I}_2(t) = 25 \cdot (\cos 1,25 + j \sin 1,25)$$

$$\hat{I}_2(t) = 7,883 + j23,725i$$

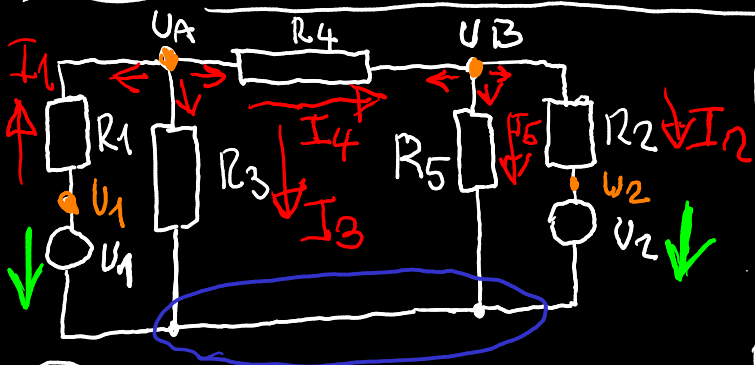
$$\hat{I} = \hat{I}_1 + \hat{I}_2$$

$$\hat{I} = 78,594 + j94,436i$$

$$\hat{I} = 122,862 \cdot e^{j0,877}$$

$$\sqrt{78,594^2 + 94,436^2} = 122,862$$

$$\lambda(\Omega) = 12\Omega, 86\Omega \cdot \sin(\omega t + 0,877)$$



$$\begin{aligned} U_1 &= 24V \\ U_2 &= 22V \\ R_1 &= 1\Omega \\ R_2 &= 1\Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_3 &= 10\Omega \\ R_4 &= 2\Omega = R_5 \end{aligned}$$

(U_A)

$$\frac{U_A - U_1}{R_1} + \frac{U_A}{R_3} + \frac{U_A - U_B}{R_4} = 0$$

(U_B)

$$\frac{U_B - U_A}{R_4} + \frac{U_B - U_2}{R_2} + \frac{U_B}{R_5} = 0$$

$$U_A - 24 + \frac{U_A}{10} + \frac{U_A - U_B}{2} = 0 \quad | \cdot 10$$

$$\frac{U_B - U_A}{2} + \frac{U_B - 22}{1} + \frac{U_B}{2} = 0 \quad | \cdot 2$$

$$10U_A - 240 + U_A + 5U_A - 5U_B = 0$$

$$U_B - U_A + 2U_B - 44 + U_B = 0$$

$$\begin{bmatrix} 16 & -5 & | & 240 \\ -1 & 4 & | & 44 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -4 & | & -44 \\ 0 & 59 & | & 944 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & | & 20 \\ 0 & 1 & | & 16 \end{bmatrix} \begin{aligned} U_A &= 20V \\ U_B &= 16V \end{aligned}$$

$$I_1 = \frac{U_1 - U_A}{R_1} = \frac{24 - 20}{1} = 4 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{U_B - U_2}{R_2} = \frac{16 - 22}{1} = -6 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{U_A}{R_3} = \frac{20}{10} = 2 \text{ A}$$

$$I_4 = \frac{U_A - U_B}{R_4} = \frac{4}{2} = 2 \text{ A}$$

$$I_5 = \frac{U_B}{R_5} = \frac{16}{2} = 8 \text{ A}$$
