

1. Dokažte, že každé přirozené číslo, které lze vyjádřit vztahem  $n^3 + 2n$  je dělitelné třemi.
2. Znegujte :  $\forall(n \in \mathbb{N}); 2/n \Rightarrow 2/n+1$
3. Dokažte přímo :  $\sqrt{10 + \sqrt{11}} \geq 1 + \sqrt{10 - \sqrt{11}}$
4. Zjistěte, zda jde o tautologii  $(\neg A \Leftrightarrow (B \wedge C)) \Rightarrow (A \vee \neg(A \wedge B))$
5. Ve třídě je 33 žáků. Někteří se přihlásili do soutěží MO, FO a SOČ. Z nich 6 dělalo jen SOČ. Všechny tří soutěží se nezúčastnil nikdo. Jen MO a jen SOČ se zúčastnil stejný počet žáků, což byl dvojnásobek těch, kteří dělali jen FO. Těch, žáků, kteří se zúčastnili MO nebo FO, ale ne SOČ, bylo 13. Těch, kteří vypracovali současně MO a FO bylo dvakrát tolik, co účastníků MO a zároveň SOČ. Aspoň jedné soutěže se zúčastnilo 22 žáků. Kolik žáků se zúčastnilo MO, kolik FO a kolik SOČ?
6. Pomocí Vennových diagramů zakreslete tyto množiny : a)  $(A^I \cap B) \cup (C^I \cap A)$   
b)  $(A \cup B)^I \cap (C \cup B)$
7. Matemat.indukcí dokažte:  $1 + 4 + 4^2 + 4^3 + 4^4 + \dots + 4^{n-1} = \frac{1}{3}(4^n - 1)$

1. Dokažte, že každé přirozené číslo, které lze vyjádřit vztahem  $n^4 - n^2$  je dělitelné čtyřmi.
2. Znegujte :  $\exists(n \in \mathbb{N}); 2/n+1 \Rightarrow 2/n$
3. Dokažte přímo :  $\sqrt{11 + \sqrt{10}} \leq 1 + \sqrt{11 - \sqrt{10}}$
4. Zjistěte, zda jde o tautologii  $(A \Leftrightarrow \neg(B \wedge C)) \Rightarrow (\neg A \vee (A \wedge B))$
5. Písemná práce z matematiky, které se zúčastnilo 35 studentů, obsahovala tři úlohy. Dva studenti vyřešili jenom první úlohu a tři studenti jenom druhou úlohu. První a druhou úlohu vyřešilo 16 studentů, druhou a třetí 14 studentů. Všechny úlohy vyřešilo 10 studentů. První nebo třetí vyřešilo 31 studentů a 3 studenti nevyřešili ani první, ani druhou úlohu. Kolik studentů vyřešilo: a) aspoň dvě úlohy, b) aspoň jednu úlohu
6. Pomocí Vennových diagramů zakreslete tyto množiny : a)  $(B^I \cap A) \cup (C^I \cap A)$   
b)  $(A \cup C)^I \cap (C \cup B)$

7. Matemat.indukcí dokažte  $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n + 1)^2 = \frac{4}{3}\left(n + \frac{1}{2}\right)(n + 1)\left(n + \frac{3}{2}\right)$