

TEO

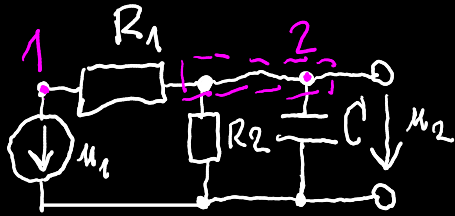
2. semestr



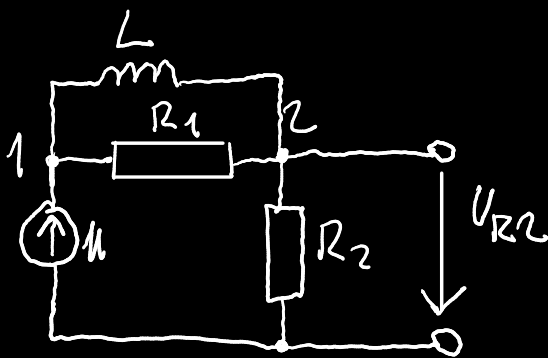
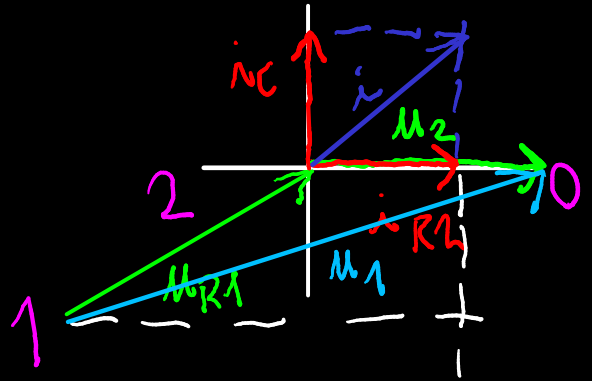
čirka -  $u$  se předvívá  $90^\circ$  KONDENZÁTOR

-  $i$  se předvívá  $90^\circ$  -  $u$  se zpožďuje  $90^\circ$

-  $i$  se předvívá  $90^\circ$

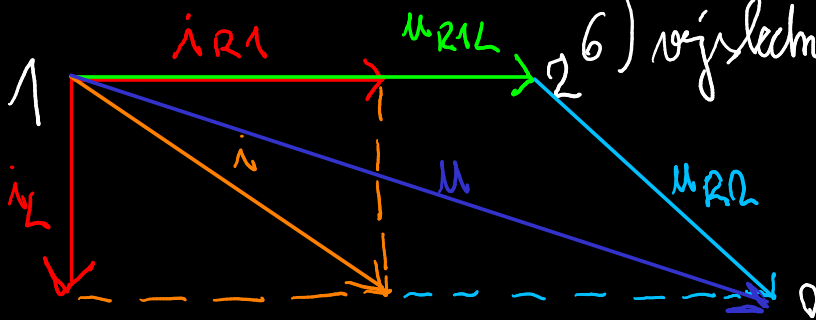


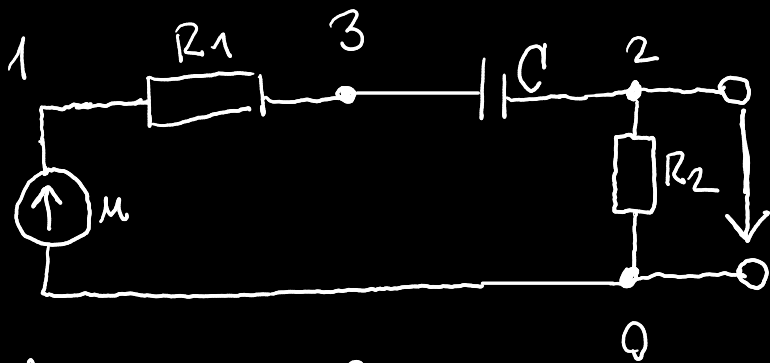
- 1)  $u_2$
- 2)  $i_{R2}$
- 3)  $i_C$  kolmé na  $u_2$
- 4) výsledný proud  $i$
- 5)  $u_{R1}$  ve fázi s  $i$
- 6) Celkové napětí  $u_1$



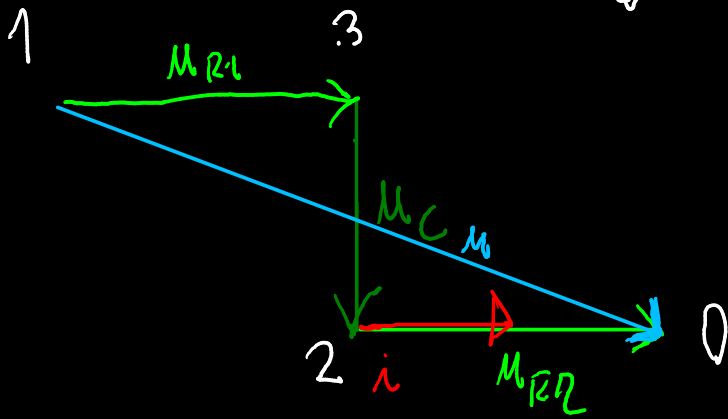
- 1) z bodu 1 -  $i_{R1}$
- 2) z bodu 1 -  $i_L$
- 3) z bodu 1 -  $u_{R1L}$  do bodu 2
- 4) výsledný proud  $i$
- 5)  $u_{R2}$  rovnoběžně s celkovým  $i$  z bodu 2 do bodu 0

6) výsledné napětí  $u$  z bodu 1 do bodu 0

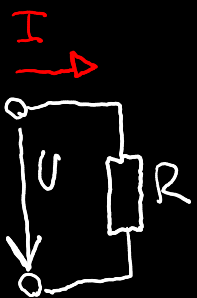




- 1) Na bodu 2 do bodu 0  $u_{R2}$
- 2) proud  $i$  na bodu 2 ve fázi s  $u_{R2}$
- 3) Na bodu 3 do bodu 2  $u_C$
- 4)  $u_{R1}$  na bodu 1 do 3
- 5) výsledné napětí je ze bodu 1 do 0



## REZISTOR V EL. OBVODU STŘÍDAVÉHO PROUDU



- Při napojení ke zdroji střídavého napětí na střídavé napětí prochází rezistorem

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_{\max} \cdot \sin \omega t}{R}$$

- Střídavý proud procházející rezistorem sleduje přesně změny vlnového střídavého napětí
- Při maximální hodnotě napětí je také maximální proud, a pokud se napětí rovná 0, je také proud roven 0

PROUD A NAPĚTÍ JSOU VE FÁZI

- ve fázovém diagramu zaměříme proud a napětí ve fázi

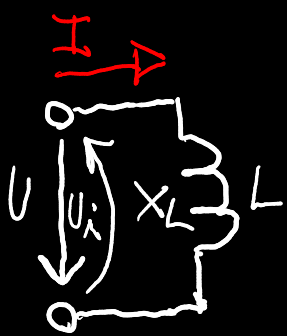
- fázor proudu a fázor napětí bereme ve vodorovné ose

- oba fázory odpovídají efektivním hodnotám

- Dostaneme-li do vztahu  $I_{max} = \frac{U_{max}}{R}$  efektivní hodnoty,  
dostaneme:  $\sqrt{2} \cdot I = \frac{\sqrt{2} \cdot U}{R} \Rightarrow I = \frac{U}{R}$

- Pro jednoduchý el. obvod střídavého proudu  
s rezistorem s činným odporem  $R$   
platí Ohmův zákon ve stejné formě,  
jako pro el. obvod stejnosměrného proudu  
s rezistorem  $R$

## CÍVKA V EL. OBVODU STŘÍDAVÉHO PROUDU



- Proud procházející cívkou vyvolá v cívce  
magnetický tok, který je časově proměnný  
a ve fázi s proudem

- Magnetický tok indikuje se cívec napětí,  
které je maximální při maximální změně  
magnetického toku, tj. v okamžiku, kdy má  
magnetický tok nulovou hodnotu

- aby cívkou procházel proud, musí napětí nabývat  
stejně indukované napětí

Napětí vede předbehá proud o  $90^\circ$

- Proud procházející cívkou:  $I = \frac{U}{X_L}$

- kde  $X_L$  je indukční reaktance  $[\Omega]$

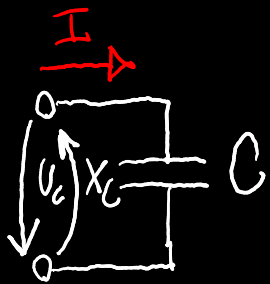
$$X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \quad [\Omega; \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}, \text{H}; \text{rad}, \text{Hz}, \text{H}]$$

- převrácenou hodnotou indukční reaktance

je indukční susceptance (indukční jalová vodivost):

$$B_L = \frac{1}{X_L} \quad [\text{S}; -, \Omega]$$

## KONDENZÁTOR V EL. OBVODU STŘÍDAVÉHO PROUDU



- při připojení na střídavé sinusové napětí se bude kondenzátor střídavě nabíjet a vybíjet a jeho okamžitý náboj se v každém okamžiku mění

- náboj je dán vztahem:  $q = u \cdot C$

- proud má nulovou hodnotu v okamžiku, kdy napětí má max. hodnotu

- kondenzátor je v tomto okamžiku nabíjen

- napětí na kondenzátoru působí proti směru napětí zdroje, tj. je v protifázi

Proud předbehá napětí zdroje o  $90^\circ$

- Proud prochájející kondenzátorem je tím větší čím větší je kapacita, čím vyšší je kmitočet svorkového napětí (tj. čím rychleji se nabíjí a vybíjí kondenzátor) a čím větší je max. hodnota (amplituda) svorkového napětí

- Proud procházející kondenzátorem:  $I = \frac{U}{X_C}$

- kde  $X_C$  je kapacitní reaktance  $[\Omega]$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi f \cdot C} \quad [\Omega; \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}, \text{F}; \text{rad}, \text{Hz}, \text{F}]$$

- převrácenou hodnotou je kapacitní susceptance:

$$B_C = \frac{1}{X_C} \quad [\text{S}; \Omega^{-1}]$$

## O BVOĐOVÉ FUNKCE

Při řešeních tří základních pasivních dvojpólů jsme získali lineární vztahy mezi bázovými jejich napětí a proudy. Vzhledem k tomu, že každý pasivní dvojpól se dá vyjádřit vhodným seskupením těchto základních dvojpólů, bude lineární vztah mezi bázovými jeho napětí a proudy obecnou vlastností.

## PARAMETRY DVOJPÓLU:

Impedance  $\hat{Z} = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} [\Omega; V, A]$

Admittance  $\hat{Y} = \frac{\hat{I}}{\hat{U}} = \frac{1}{\hat{Z}} [S; A, V]$

Impedance (admittance, impedance)

Impedance se měří v čase oblasti

impedance se měří v čase oblasti

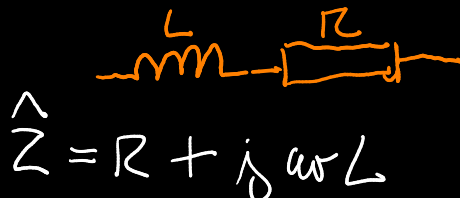
PRYK

PARAMETR IMPEDANCE  $\hat{Z}$  ADMITANCE  $\hat{Y}$

Resistor	$R, G$	$R$	$G = \frac{1}{R}$
Induktor	$L$	$j\omega L = jX_L$	$\frac{1}{j\omega L} = -j \cdot B_L$
Kapacitor	$C$	$\frac{1}{j\omega C} = -j \cdot X_C$	$j\omega C = jB_C$

Pr: 1

Určete impedanci sériového zapojení rezistora a induktoru



$R = 100 \Omega$   
 $L = 0,2 H$   
 $f = 50 Hz$

$$\hat{Z} = R + j\omega \cdot L = R + j2 \cdot \pi \cdot f \cdot L =$$

$$= 100 + j2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,2 = \underline{\underline{100 + j62,8}}$$

$$\hat{Z} = R + j\omega \cdot L = \sqrt{R^2 + (\omega \cdot L)^2} \cdot e^{j \arctan \frac{\omega \cdot L}{R}}$$

$$= \sqrt{100^2 + 62,8^2} \cdot e^{j \arctan \frac{62,8}{100}}$$

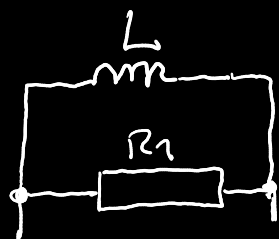
$$= \underline{\underline{118 \cdot e^{j0,56}}}$$

Pr. 2 Dvačete impedancije paralelného napojení rezistora a indukčnosti

$$R = 100 \Omega$$

$$L = 0,2 \text{ H}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$



$$\hat{Z} = \frac{R \cdot j\omega L}{R + j\omega L}$$

$$\hat{Z} = \frac{R \cdot j\omega L}{R + j\omega L} = \frac{100 \cdot j2\pi \cdot 50 \cdot 0,2}{100 + j2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,2} = \frac{j6280}{100 + j62,8}$$

$$\hat{Z} = \frac{6280 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}}}{\sqrt{100^2 + 62,8^2} \cdot e^{j \arctan \frac{62,8}{100}}} = \frac{6280 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}}}{118 \cdot e^{j0,56}} = 53,22 \cdot e^{j1,01}$$

$\frac{\pi}{2} - 0,56!$

Pr. 3 Obvod je napájen ze zdroje harmonického proudu

$$i(t) = 10 \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (mA)}$$

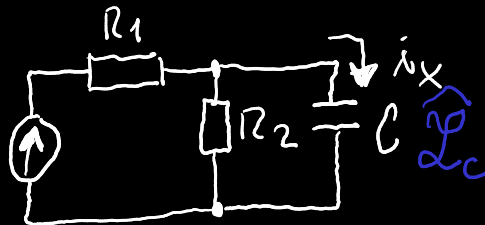
Frekvence budícího zdroje  $f = 50 \text{ Hz}$

Vypočítejte časový průběh proudu tekoucího rezistorem  $R_2$ ,  $i_{R2}(t)$

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$C = 6,363 \mu\text{F}$$



$$i(t) = 10 \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \rightarrow \hat{i} = 10 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}}$$

$$\hat{Z}_C = \frac{1}{j\omega \cdot C} = \frac{1}{j2\pi \cdot 50 \cdot 6,363 \cdot 10^{-6}} = \frac{1}{0,002j} = -500j$$

$$\hat{I}_{R2} = \hat{I} \cdot \frac{\hat{Z}_C}{R_2 + \hat{Z}_C} = 10 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot \frac{-500j}{10^3 - 500j} =$$

$$= 10 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot \frac{e^{j\frac{\pi}{2}} \cdot 500 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}}}{\sqrt{1000^2 + (-500)^2} \cdot e^{j\arctan\left(\frac{-500}{1000}\right)}} =$$

$$= 10 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot \frac{500 \cdot e^{j\frac{3\pi}{2}}}{1118 \cdot e^{-j0,46}} = \frac{5000 \cdot e^{j\frac{11\pi}{6}}}{1118 \cdot e^{-j0,46}} =$$



$$= 4,472 \cdot e^{j 6,219} = 4,47 \cdot e^{-j 0,06}$$

$$\hat{I}_{R2} = 4,47 \cdot e^{j 6,21} \quad \hat{i}_{R2}(t) = 4,47 \cdot \sin(\omega t - 0,06) \text{ (mA)}$$

$$\rightarrow 4,47 \cdot \sin(\omega t + 6,219) \text{ (mA)}$$

## PŘENOS

Velmi častým úkolem při obvodové analýze je nalezení vztahu mezi jednou vstupní (budící) obvodovou veličinou  $x_1(t)$  a jednou výstupní (buzenou) veličinou  $x_2(t)$

V harmonickém ustáleném stavu můžeme vyjádřit obě veličiny pomocí fázorů  $\hat{x}_1$  a  $\hat{x}_2$

mezi nimi platí lineární vztah  $\hat{x}_2 = \hat{P} \cdot \hat{x}_1$

kde  $\hat{P}$  je komplexní konstanta, kterou budeme označovat přenos

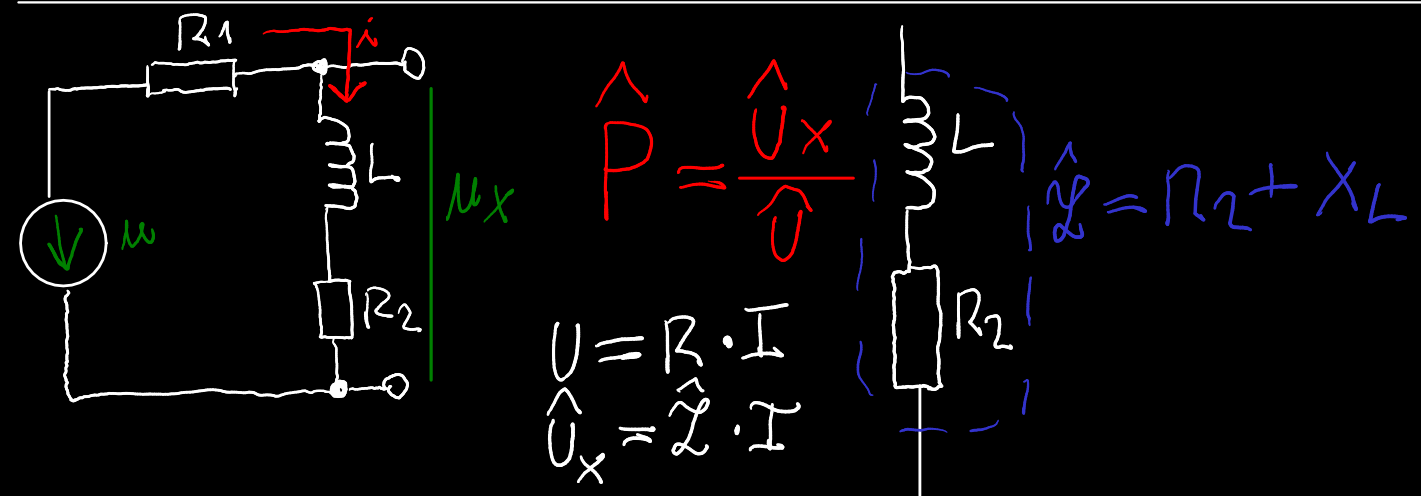
Přenos je tedy definován poměrem fázoru výstupní a fázoru vstupní veličiny, tj.  $\hat{P} = \frac{\hat{x}_2}{\hat{x}_1} = P \cdot e^{j\varphi}$

Jeho rozměr závisí na charakteru obou veličin. Jsou-li obě

veličiny napětí nebo obě veličiny proudů, je výkon bezrozměrný. Je-li jedna z veličin napětí a druhá proud, jedná se o výkon smíšený a jeho rozměr je buď  $[V \cdot A]$  nebo  $[A \cdot V]$

Modul výkonu  $\hat{P} = |\hat{P}|$  udává poměr modulu obou veličin, úhel výkonu  $\varphi$  jejich vzájemný fázový posun měřený od vstupní veličiny k výstupní

Příklad zápisu výsledku výpočtu napětového výkonu při frekvenci  $50 \text{ Hz}$ :  $|\hat{P}_U(f=50 \text{ Hz})| = 0,776$   
 $\varphi_{\hat{P}_U(f=50 \text{ Hz})} = 0,25 \text{ rad}$

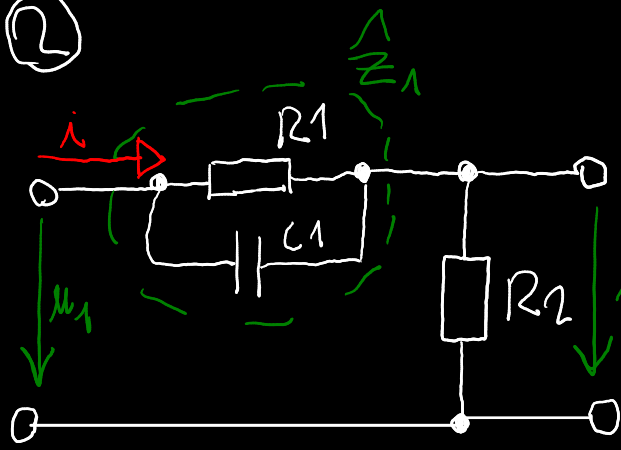


$$\hat{P} = \frac{\hat{Z} \cdot \cancel{I}}{R_1 \cdot \cancel{I} + \hat{Z} \cdot \cancel{I}} = \frac{R_2 + j\omega L}{R_1 + R_2 + j\omega L}$$

CHCI  
 ODĎĚLIT  
 REÁLNOU  
 SLOŽKU

$$= \frac{R_2 \left(1 + \frac{j\omega L}{R_2}\right)}{(R_1 + R_2) \left(1 + \frac{j\omega L}{R_1 + R_2}\right)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1 + \frac{j\omega L}{R_2}}{1 + \frac{j\omega L}{R_1 + R_2}}$$

②



$$\hat{Z}_1 = \frac{R_1 \cdot \frac{1}{j\omega C_1}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} = \frac{\frac{R_1}{j\omega C_1}}{\frac{R_1 j\omega C_1 + 1}{j\omega C_1}} =$$

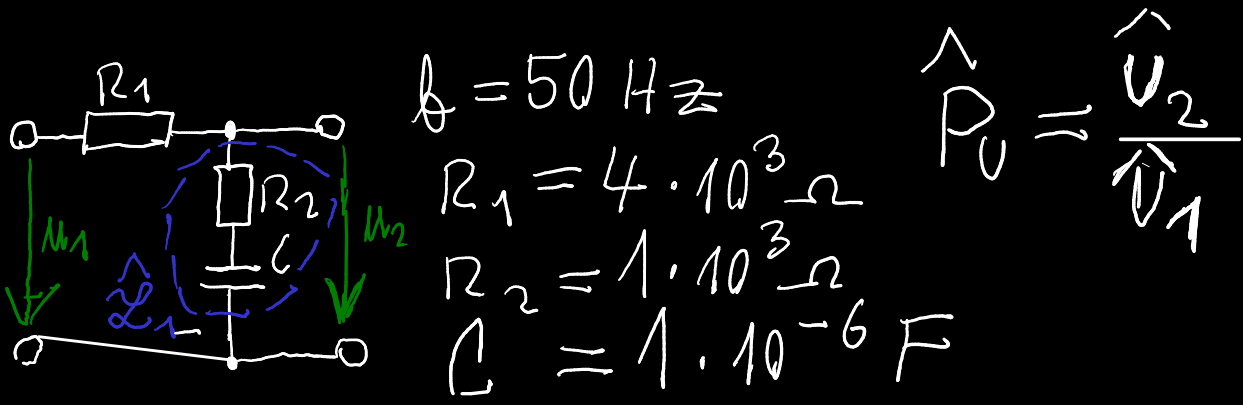
$$= \frac{\cancel{R_1 \cdot j\omega C_1}}{(R_1 j\omega C_1 + 1) \cancel{j\omega C_1}} = \frac{R_1}{1 + j\omega C_1 R_1}$$

$$\hat{P} = \frac{\hat{U}_2}{\hat{U}_1} = \frac{\cancel{\hat{I}} \cdot R_2}{\cancel{\hat{I}} \cdot (\hat{Z}_1 + R_2)} = \frac{R_2}{\frac{R_1}{1 + j\omega C_1 R_1} + R_2}$$

*Chercher sa dérivée*

$$\hat{P} = \frac{R_2 (1 + j\omega C_1 R_1)}{R_1 + R_2 (1 + j\omega C_1 R_1)} = \frac{R_2 (1 + j\omega C_1 R_1)}{R_1 + R_2 + j\omega C_1 R_1 R_2} =$$

$$= \frac{R_2 (1 + j\omega C_1 R_1)}{(R_1 + R_2) (1 + j\omega C_1 R_1 R_2)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1 + j\omega C_1 R_1}{1 + j\omega C_1 R_1 R_2}$$



$$\hat{P}_U = \frac{\hat{U}_2}{\hat{U}_1}$$

$$\hat{Z}_1 = R_1 \quad \hat{Z}_2 = R_2 + \frac{1}{j\omega C}$$

$$\hat{P}_U = \frac{\hat{I} \cdot \hat{Z}_2}{\hat{I} \cdot \hat{Z}_1 + \hat{Z}_2 \cdot \hat{I}} = \frac{\hat{Z}_2}{\hat{Z}_1 + \hat{Z}_2} = \frac{R_2 + \frac{1}{j\omega C}}{R_1 + R_2 + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$= \frac{1 + j\omega C R_2}{1 + j\omega C (R_1 + R_2)} = \frac{1 + j 2\pi \cdot 50 \cdot 1 \cdot 10^{-6} \cdot 1000}{1 + j 2\pi \cdot 50 \cdot 1 \cdot 10^{-6} \cdot (4000 + 1000)}$$

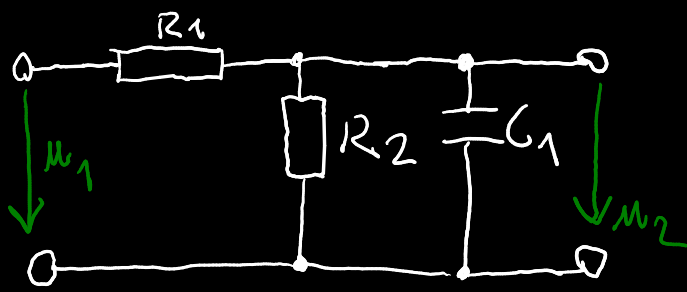
$$= \frac{1 + 0,314j}{1 + 1,57j} = \frac{\sqrt{1^2 + 0,314^2} \cdot e^{j \arctan \frac{0,314}{1}}}{\sqrt{1^2 + 1,57^2} \cdot e^{j \arctan \frac{1,57}{1}}}$$

$$= \frac{1,048 e^{j 0,304}}{1,861 e^{j 1,004}} = 0,56 \cdot e^{-j 0,7}$$

$$= \frac{1,048 e^{j 0,304}}{1,861 e^{j 1,004}} = 0,56 \cdot e^{-j 0,7}$$

$$|\hat{P}_U(f=50 \text{ Hz})| = 0,56 \quad \varphi_{\hat{P}_U}(f=50 \text{ Hz}) = -0,7 \text{ rad}$$

$$\hat{P}_U = \frac{\hat{U}_2}{\hat{U}_1}$$



$$R_1 = 1 \cdot 10^3 \Omega$$

$$R_2 = 4 \cdot 10^3 \Omega$$

$$C = 1 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$\hat{Z}_1 = R_1$$

$$\hat{Z}_2 =$$

$$\frac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C_1}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_1}} = \frac{\frac{R_2}{j\omega C_1}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_1}} = \frac{\frac{R_2}{j\omega C_1}}{\frac{R_2(j\omega C_1) + 1}{j\omega C_1}}$$

$$= \frac{R_2 \cdot j\omega C_1}{j\omega C_1 \cdot R_2 j\omega C_1 + j\omega C_1} = \frac{R_2 \cancel{j\omega C_1}}{\cancel{j\omega C_1} (R_2 j\omega C_1 + 1)} =$$

$$R_2$$

$$= \frac{R_2}{1 + R_2 j\omega C_1}$$

$$\hat{P}_U = \frac{\hat{U}_2}{\hat{U}_1} = \frac{\hat{Z}_2}{\hat{Z}_1 + \hat{Z}_2} = \frac{\frac{R_2}{1 + R_2 j\omega C_1}}{R_1 + \frac{R_2}{1 + R_2 j\omega C_1}} =$$

$$= \frac{\frac{R_2}{1 + R_2 j\omega C_1}}{\frac{R_1 + R_1 R_2 j\omega C_1 + R_2}{1 + R_2 j\omega C_1}} = \frac{R_2 \cdot \cancel{(1 + R_2 j\omega C_1)}}{\cancel{(1 + R_2 j\omega C_1)} \cdot (R_1 + R_1 R_2 j\omega C_1 + R_2)}$$

$$= \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_1 R_2 j\omega C_1} = \frac{4 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^3 + j\omega 4 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3 \cdot 10^{-6}}$$

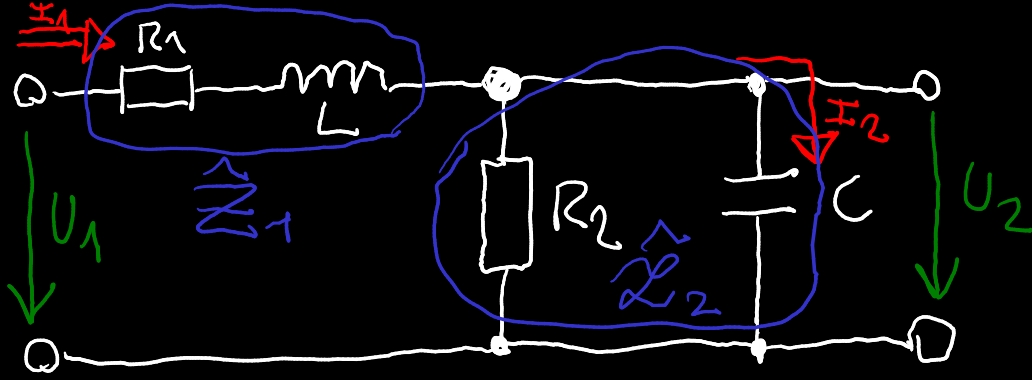
$$= \frac{4 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^3 + j\omega 4}$$

$$\hat{P}_U(f=50 \text{ Hz}) = \frac{4 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^3 + j 2\pi \cdot 50 \cdot 4} = \frac{4 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^3 + j 1256}$$

$$= \frac{4 \cdot 10^3}{5155,5 \cdot e^{0,25j}} = 0,7776 e^{-0,25j}$$

$$|P_U(f=50 \text{ Hz})| = 0,7776$$

$$\varphi_{\hat{P}_U}(f=50 \text{ Hz}) = -0,25 \text{ rad}$$

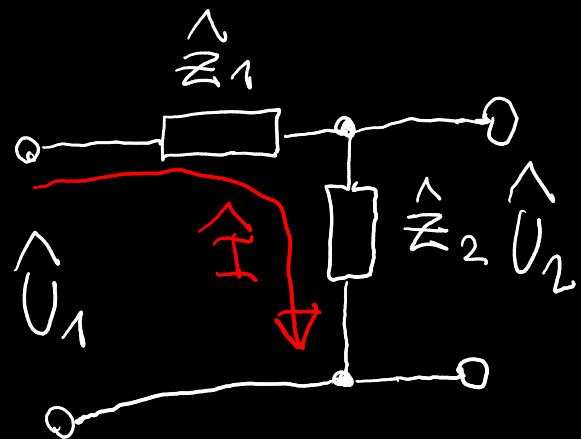


$$\hat{P}_U = \frac{\hat{U}_2}{\hat{U}_1} \quad \hat{P}_I = \frac{\hat{I}_2}{\hat{I}_1}$$

$$\hat{Z}_1 = R_1 + j\omega L$$

$$\hat{Z}_2 = R_2 + \frac{1}{j\omega C} = \frac{R_2}{j\omega C} = \frac{R_2 \cdot j\omega C}{j\omega C \cdot (R_2 j\omega C + 1)}$$

$$= \frac{R_2}{R_2 j\omega C + 1}$$



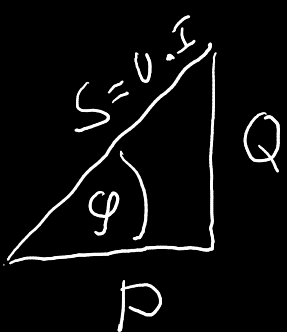
$$\hat{P}_U = \frac{\hat{U}_2}{\hat{U}_1} = \frac{\hat{Z}_2}{\hat{Z}_1 + \hat{Z}_2} = \frac{R_2}{R_1 + j\omega L + \frac{R_2}{R_2 j\omega C + 1}}$$

$$= \frac{\frac{R_2}{R_2 j\omega C + 1}}{(R_1 + j\omega L)(R_2 j\omega C + 1) + R_2} = \frac{R_2}{(R_1 + j\omega L)(R_2 j\omega C + 1) + R_2}$$

$$= \frac{R_2}{R_1 R_2 j\omega C + R_1 + R_2 j\omega L j\omega C + j\omega L + R_2}$$

$$= \frac{R_2}{R_1 + R_2 + j\omega(R_1 R_2 C + L) + j\omega^2(R_2 L C)}$$

$$\hat{P}_I = \frac{\hat{I}_2}{\hat{I}_1} = \frac{R_2}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R_2}{\frac{R_2 j\omega C + 1}{j\omega C}} = \frac{R_2 j\omega C}{R_2 j\omega C + 1}$$



$$\cos \varphi = \frac{P}{S} \quad \sin \varphi = \frac{Q}{S}$$

$$P = S \cdot \cos \varphi$$

$$Q = S \cdot \sin \varphi$$



$$\text{Jednotlivý výkon} - S = U \cdot I \text{ [VA]}$$

$$\text{Činný výkon} - P = U \cdot I \cdot \cos \varphi \text{ [W]}$$

$$\text{Jalový výkon} - Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi \text{ [VAR]}$$

---

Činný výkon

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi \text{ [W; V; A]}$$

$$P = I^2 \cdot R \text{ [W; A; } \Omega \text{]}$$

$$P = \frac{U^2}{R} \text{ [W; V; } \Omega \text{]}$$

Jalový výkon

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi \text{ [VAR; V; A]}$$

$$Q = I^2 \cdot \omega L = \frac{U^2}{\omega L}$$

$$Q = -U^2 \cdot \omega C = -\frac{I^2}{\omega C}$$

$L$  - počítačím podmínka proudová |  $C$  - počítačím podmínka napětová

## Indukční výkon

$$S = U \cdot I \text{ [VA; V, A]}$$

---

VYPOČÍTĚTE ČINNÝ, JALOVÝ A ZDÁNLIVÝ  
VÝKON

---

$$u(t) = 170 \cdot \sin 314 \cdot t \text{ (V)}$$

$$i(t) = 6 \cdot \sin \left( 314 \cdot t + \frac{\pi}{6} \right) \text{ (A)}$$

---

Proud předstíhá  
 napětí o úhel  $\frac{\pi}{6}$

posun napětí proti proudu  $\Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{6}$

VÝKONY počítáme z efektivních hodnot napětí a proudu

$$P = U_{\text{ef}} \cdot I_{\text{ef}} \cdot \cos \varphi = \frac{U_{\text{max}}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_{\text{max}}}{\sqrt{2}} \cdot \cos \varphi$$

$$= \frac{U_m \cdot I_m \cdot \cos \varphi}{2} = \frac{170 \cdot 6}{2} = 170 \cdot 3 \cdot \cos \left( -\frac{\pi}{6} \right) = 441,6 \text{ W}$$

$$Q = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \sin \varphi =$$

$$= \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cdot \sin \varphi =$$

$$= \frac{U_m \cdot I_m}{2} \cdot \sin \varphi =$$

$$= \frac{170 \cdot 6}{2} \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -255 \text{ var}$$

$$S = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{U_m \cdot I_m}{2} = \frac{170 \cdot 6}{2}$$

$$= 510 \text{ VA}$$

Obvod je napájen ze zdroje

harmonického napětí  $u(t) = 100 \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$  [V]

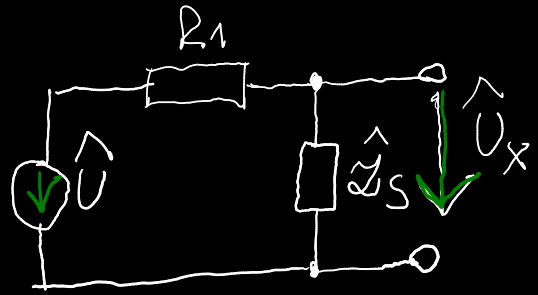
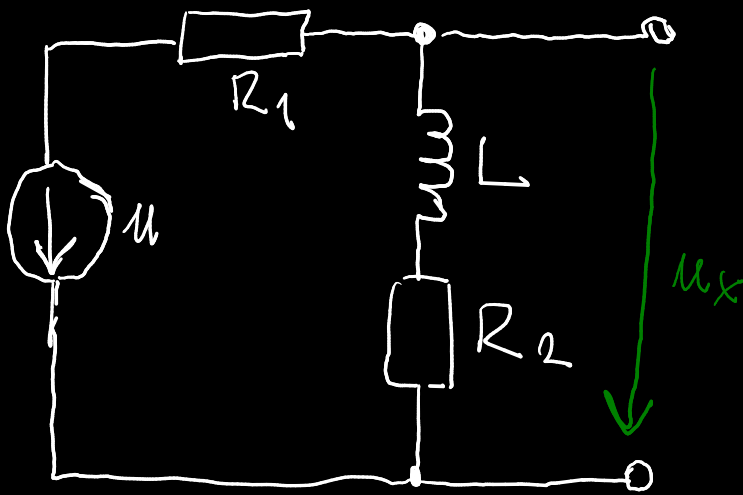
( $\omega$  měřítku max. hodnot)

Frekvence budícího zdroje  $f = 50 \text{ Hz}$

Vypočítejte časový průběh napětí  $u_x(t)$

Vypočítejte činný, jalový, zdánlivý výkon obvodu

$$R_1 = 1 \cdot 10^3 \Omega, R_2 = 1 \cdot 10^3 \Omega, L = 1,591 \text{ H}$$



$$u(t) = 100 \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{3}) \Rightarrow \hat{U} = 100 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}}$$

$$\hat{Z}_S = R_2 + j\omega L = 10^3 + j2\pi \cdot 50 \cdot 1,591 = 10^3 + 500j$$

$$\hat{Z}_S = \sqrt{10^3 + 500^2} = 1118 \cdot e^{j0,46}$$

$$\frac{\hat{U}_x}{\hat{U}} = \frac{\hat{Z}_S}{R_1 + \hat{Z}_S} \Rightarrow \hat{U}_x = \hat{U} \cdot \frac{\hat{Z}_S}{R_1 + \hat{Z}_S}$$

$$= 100 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot \frac{1118 \cdot e^{j0,46}}{\sqrt{2000^2 + 500^2} \cdot e^{j\arctan\frac{500}{2000}}} =$$

$$= 100 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot \frac{1118 \cdot e^{j0,46}}{2061 \cdot e^{j0,24}} = 100 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot 0,54 \cdot e^{j0,22} =$$

$$= 54 \cdot e^{j1,267}$$

$$\hat{U}_x = 54 \cdot e^{j1,267} = u_{(x)}(t) = 54 \cdot \sin(\omega t + 1,267)$$

$$I = \frac{\hat{U}}{R_1 + \hat{Z}_S} = \frac{100 \cdot e^{j \frac{\pi}{3}}}{10^3 + 10^3 + 500j} = \frac{100 \cdot e^{j \frac{\pi}{3}}}{\sqrt{2000^2 + 500^2} \cdot e^{j \arctan \frac{500}{2000}}} = \frac{100 \cdot e^{j \frac{\pi}{3}}}{2061 \cdot e^{j 0,24}} = 48,5 \cdot 10^{-3} \cdot e^{j 0,807}$$

SLOŽKOVÝ TVAR ČÍSLA

$$i(x) (A) = 48,5 \cdot 10^{-3} \cdot (\sin \omega t + 0,807)$$

$$U_{ef} = \frac{100}{\sqrt{2}} = 70,71 V \quad I_{ef} = \frac{48,5 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}} = 0,034 A$$

$$S = U \cdot I = 70,71 \cdot 0,034 = \underline{\underline{2,4 VA}}$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = 2,4 \cdot \cos \left( \frac{\pi}{3} - 0,807 \right) = \underline{\underline{2,33 W}}$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = 2,4 \cdot \sin \left( \frac{\pi}{3} - 0,807 \right) = \underline{\underline{0,57 VAR}}$$

Účinný výkon

~ výpočet výkonu, výkonu

2. zp. výpočet

$$\hat{P} = \operatorname{Re} [\hat{U} \cdot \hat{I}^*] = \operatorname{Re} \left[ \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot e^{j \frac{\pi}{3}} \cdot \frac{48,5 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j 0,807} \right] = \operatorname{Re} [2,425 \cdot e^{j 0,24}] = \underline{\underline{2,355 W}}$$

3. sz. vizsgálata

$$P = (R_1 + R_2) \cdot I_{ef}^2 = 2000 \cdot \frac{(48,5 \cdot 10^{-3})^2}{2} = 2,355 \text{ W}$$

$$Q = \text{Im} [\hat{U} \cdot \hat{I}^*] = \text{Im} \left[ \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot e^{j \frac{\pi}{3}} \cdot \frac{48,5 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j 0,807} \right] =$$

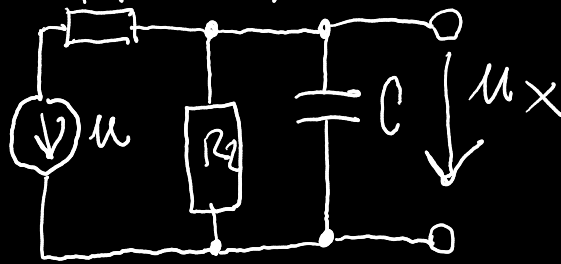
$$= \text{Im} [2,425 \cdot e^{j 0,24} ] = \underline{\underline{0,576 \text{ VAR}}}$$

$$u(t) = 10 \cdot \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{3} \right) \text{ [V]}, \quad f = 50 \text{ Hz}$$

$$R_1 = 1 \cdot 10^3 \Omega$$

$$R_2 = 1 \cdot 10^3 \Omega$$

$$C = 6,363 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$



$$\hat{U} = 10 \cdot e^{j \frac{\pi}{3}}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 6,363 \cdot 10^{-6}} = 500,25 \text{ j}$$

$$\hat{Z}_N = \frac{R_2 \cdot X_C}{R_2 + X_C} = \frac{1 \cdot 10^3 \cdot \frac{1}{\omega C j}}{1 \cdot 10^3 + \frac{1}{\omega C j}} = \frac{\frac{10^3}{\omega C j}}{\frac{10^3 \omega C j + 1}{\omega C j}} =$$

$$= \frac{10^3 \cdot \cancel{\omega C j}}{\cancel{\omega C j} \cdot 10^3 \omega C j + 1} =$$

$$\hat{Z}_N = \frac{R_2}{R_2 j\omega C + 1} = \frac{1 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3 \cdot j \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 6,363 \cdot 10^{-6} + 1} = \frac{10^3}{1+2j}$$

↑  
složí na  
exp!

$$= \frac{10^3}{\sqrt{1^2+2^2}} \cdot e^{j \arctan \frac{2}{1}} = \frac{10^3}{2,236} \cdot e^{j 1,1} = \underline{\underline{447,2 \cdot e^{j 1,1}}}$$

$$\begin{aligned} \hat{Z}_N &= 447,2 \cdot (\cos(-1,1) + j \sin(-1,1)) = \\ &= 447,2 \cdot (0,454 + j(-0,891)) = \\ &= \underline{\underline{203,0 - 398,5j}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{Z}_C &= 10^3 + 203,0 - 398,5j = \underline{\underline{1203 - 398,5j}} \\ &= 1267 \cdot e^{-j 0,3} \end{aligned}$$

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}}{\hat{Z}_C} = \frac{10 \cdot e^{j \frac{\pi}{3}}}{1260 \cdot e^{-j 0,3}} = \underline{\underline{7,9 \cdot 10^{-3} \cdot e^{j 1,347} j}}$$

$$S = U \cdot I = \underline{\underline{0,0395 \text{ VA}}}$$

$$\begin{aligned} P &= \operatorname{Re} [\hat{U} \cdot \hat{I}^*] = \operatorname{Re} \left[ \frac{10}{\sqrt{2}} \cdot e^{j \frac{\pi}{3}} \cdot \frac{7,9 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j 1,347} \right] = \\ &= \operatorname{Re} [0,0395 \cdot e^{-j 0,3} j] = \underline{\underline{0,0377 \text{ W}}} \end{aligned}$$

$$Q = \operatorname{Im} [\hat{U} \cdot \hat{I}^*] = \operatorname{Im} [0,0395 \cdot e^{-0,3j}] = \underline{\underline{-0,012 \text{ VAR}}}$$

$$\frac{\hat{U}_x}{\hat{U}} = \frac{\hat{Z}_n}{R_1 + \hat{Z}_n} = \hat{U}_x = \hat{U} \cdot \frac{\hat{Z}_n}{R_1 + \hat{Z}_n}$$

*exponenciální složkový*

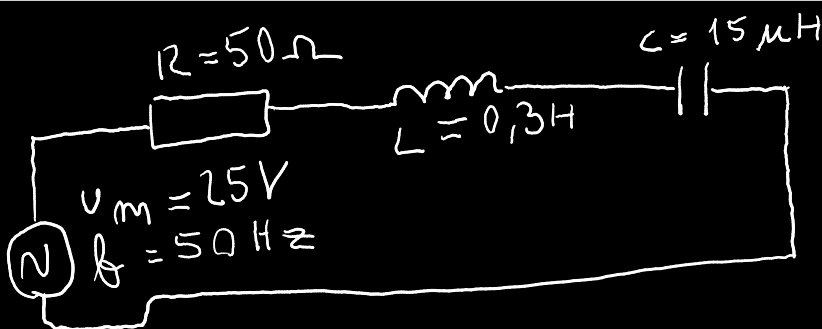
$$\hat{U}_x = 10 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot \frac{447,2 e^{j-1,1}}{10^3 + 203 - 374,64j} = 10 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot \frac{447,2 \cdot e^{j-1,1}}{1203 - 374,64j}$$

$$= 10 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot \frac{447,2 \cdot e^{j-1,1}}{1260 \cdot e^{j-0,3}} = 10 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot 0,35 \cdot e^{-0,8j} =$$

$$= \underline{\underline{3,5 \cdot e^{j0,24}}}$$

$$= 3,5 \cdot (\cos(0,24) + j \sin(0,24))$$

$$\underline{\underline{i_x(t) = 3,5 \cdot \sin(\omega t + 0,24)}}$$



$$I_m = ? \text{ [A]}$$

$$\varphi = ? \text{ [}^\circ\text{]}$$



$$X_L = \omega L = 2\pi \cdot 50 \cdot 0,3 = 100\pi \cdot 0,3 = 30\pi \Omega$$

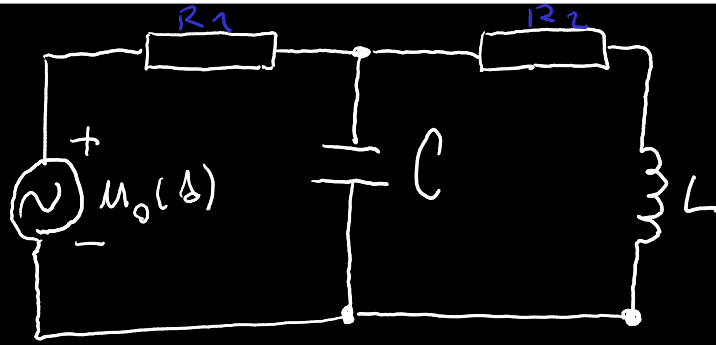
$$R_1 = 10 \Omega$$

$$R_2 = 20 \Omega$$

$$L = 0,01 \text{ H}$$

$$C = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ F}$$

$$\omega = 1000 \text{ s}^{-1}$$



$$u(t) = 100 \cdot \cos(\omega t + 30^\circ)$$

$$U_m = 100 e^{j30^\circ}$$

$$u_0(t) = 50 \cdot \sin(10t + 45^\circ) \quad u(t) = 50 \cdot e^{j45^\circ}$$



$$R = 10 \Omega$$

$$L = 1 \text{ H}$$

$$i(t) = ?$$

$$P = ? \quad Q = ?$$

$$X_L = L \cdot \omega \cdot j$$

$$X_L = 1 \cdot 10 \cdot j$$

$$X_L = 10j \Omega$$

$$Z = R + X_L$$

$$Z = 10 + 10j$$

$$I_m = \frac{U}{Z}$$

$$I_m = \frac{50 \cdot e^{j45^\circ}}{10 + 10j}$$

$$I_m = \frac{50 \cdot e^{j45^\circ}}{14,14 \cdot e^{j45^\circ}}$$

$$I_m = 3,54 \cdot e^{j0^\circ}$$

$$i(t) = 3,54 \cdot \sin(10t)$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = \frac{50}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3,54}{\sqrt{2}} \cdot \cos(45^\circ) = 62,579 \text{ W}$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = \frac{50}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3,54}{\sqrt{2}} \cdot \sin(45^\circ) = 62,579 \text{ VAR}$$

$$\hat{P}_U = \frac{\hat{U}_2}{\hat{U}_1} \quad R_1 = 4 \cdot 10^3 \Omega$$

$$R_2 = 1 \cdot 10^3 \Omega$$

$$C = 1 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$Z_1 = R_1 = 4 \cdot 10^3$$

$$Z_2 = R_2 + X_C$$

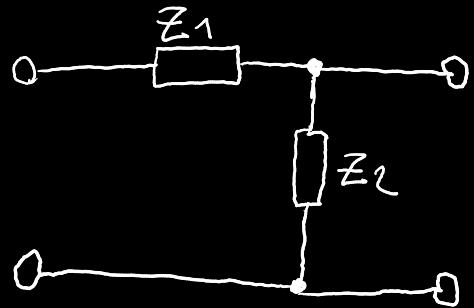
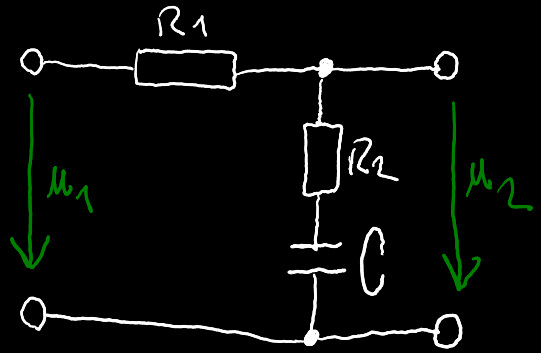
$$Z_2 = 10^3 + \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} j$$

$$Z_2 = 10^3 + 3183 j$$

$$\hat{P}_U = \frac{\hat{U}_2}{\hat{U}_1} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{R_2 + \frac{1}{j\omega C}}{R_1 + R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\frac{R_2(j\omega C) + 1}{j\omega C}}{\frac{R_1(j\omega C) + R_2(j\omega C) + 1}{j\omega C}} =$$

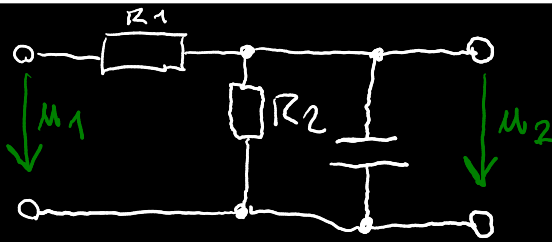
$$= \frac{\cancel{(j\omega C)} \cdot [R_2(j\omega C) + 1]}{\cancel{(j\omega C)} \cdot [R_1(j\omega C) + R_2(j\omega C) + 1]} = \frac{R_2 j\omega C + 1}{R_1 j\omega C + R_2 j\omega C + 1} =$$

$$= \frac{R_2 j\omega C + 1}{j\omega C (R_1 + R_2) + 1} = \frac{1 + R_2 j\omega C}{1 + j\omega C (R_1 + R_2)} =$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{1 + 1 \cdot 10^3 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 1 \cdot 10^{-6} j}{1 + j 2 \cdot 50 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 10^{-6} (5 \cdot 10^3)} = \\
 &= \frac{1 + 0,314 j}{1 + 1,57 j} = \frac{1,048 \cdot e^{0,3 j}}{1,86 \cdot e^{j}} = \underline{\underline{0,56 \cdot e^{-0,7 j}}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_1 &= 10^3 \Omega \\
 R_2 &= 4 \cdot 10^3 \Omega \\
 C &= 1 \cdot 10^{-6} F
 \end{aligned}$$



$$Z_2 = \frac{R_2 \cdot X_C}{R_2 + X_C} =$$

$$\hat{P}_U = \frac{\hat{U}_2}{\hat{U}_1} = \frac{\hat{Z}_2}{\hat{Z}_1 + \hat{Z}_2} = \frac{\frac{R_2}{1 + R_2 \omega C j}}{R_1 + \frac{R_2}{1 + R_2 \omega C j}} = \frac{R_2}{R_2 + \frac{1}{\omega C}} =$$

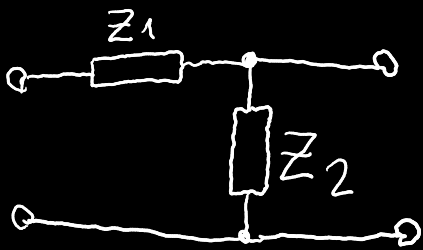
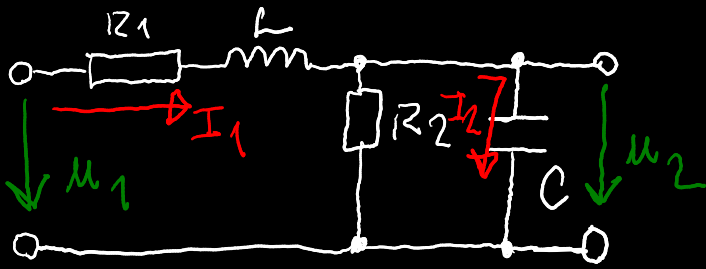
$$= \frac{\frac{R_2}{1 + R_2 \omega C}}{R_1 + \frac{R_2}{1 + R_2 \omega C j} + R_2} =$$

$$Z_2 = \frac{\cancel{\omega C} R_2}{R_2 \omega C + 1} = \frac{R_2}{1 + R_2 \omega C j}$$

$$= \frac{\cancel{R_2 (1 + R_2 \omega C j)}}{(1 + R_2 \omega C j) (R_1 + R_2 + R_1 R_2 \omega C j)} =$$

$$= \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_1 R_2 \omega C j} = \frac{4 \cdot 10^3}{10^3 + 4 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 1 \cdot 10^{-6} j} =$$

$$= \frac{4 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^3 + 1256,63j} = \frac{4 \cdot 10^3}{5155,5 \cdot e^{0,25j}} = \underline{\underline{0,776 \cdot e^{-0,25j}}}$$



$$Z_1 = R_1 + \omega L$$

$$Z_2 = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{\omega C}}{R_2 + \frac{1}{\omega C}} = \frac{\frac{R_2}{\omega C}}{\frac{R_2 \omega C + 1}{\omega C}} = \frac{R_2}{R_2 \omega C + 1}$$

$$\hat{P}_U = \frac{\hat{U}_2}{\hat{U}_1} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{\frac{R_2}{R_2 \omega C + 1}}{(R_1 + \omega Lj) + \left(\frac{R_2}{R_2 \omega C + 1}\right)}$$

$$= \frac{\frac{R_2}{\cancel{R_2 \omega C + 1}}}{(R_1 + \omega Lj)(\cancel{R_2 \omega C + 1}) + R_2} = \frac{R_2}{R_1 R_2 \omega C j + R_1 + R_2 \omega^2 (L^2 + \omega Lj) + R_2}$$

$$= \frac{R_2}{(j\omega)^2 R_2 CL + (j\omega)(R_1 R_2 C + L) + R_1 + R_2}$$

$$\hat{P}_I = \frac{\hat{I}_2}{\hat{I}_1} = \frac{R_2}{R_2 + \frac{1}{j\omega L}} = \frac{R_2}{\frac{R_2 j\omega L + 1}{j\omega L}} = \frac{R_2 j\omega L}{1 + R_2 j\omega L}$$

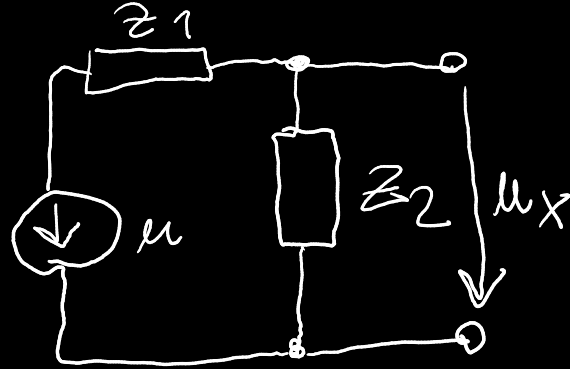
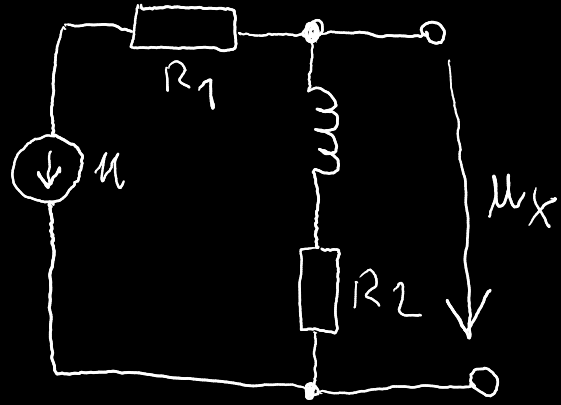
$$u(t) = 100 \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{3})$$

$$f = 50 \text{ Hz} \quad \hat{U} = 100 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}}$$

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$L = 1,591 \text{ H}$$



$$Z_1 = R_1$$

$$Z_2 = R_2 + j\omega L$$

$$\frac{\hat{U}_x}{\hat{U}} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{R_2 + j\omega L}{R_1 + R_2 + j\omega L} \cdot \hat{U}$$

$$\begin{aligned} \hat{U}_x &= 100 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot \frac{1 \cdot 10^3 + j 2\pi \cdot 50 \cdot 1,591}{2 \cdot 10^3 + j 2\pi \cdot 50 \cdot 1,591} = \\ &= 100 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot \frac{1118 \cdot e^{j0,463}}{2061 \cdot e^{j0,245}} = \end{aligned}$$

$$= 100 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot 0,542 \cdot e^{j0,218} = 54 \cdot e^{j1,265}$$

$$\hat{U}_x = 54 \cdot e^{j1,265} \rightarrow u_x(t) = 54 \cdot \sin(\omega t + 1,265)$$

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}}{Z} = \frac{100 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}}}{Z_1 + Z_2} = \frac{100 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}}}{2061 \cdot e^{j0,245}} = \underline{\underline{0,048 \cdot e^{j0,8}}}$$

$$\underline{\underline{i_x(t) = 0,048 \cdot \sin(\omega t + 0,8)}}$$

$$S = U_{ef} \cdot I_{ef} = \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot \frac{0,048}{\sqrt{2}} = 2,4 \text{ VA}$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = 2,4 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} - 0,8\right) = 2,3 \text{ W}$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = 2,4 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} - 0,8\right) = 0,58 \text{ VAR}$$